

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOA LƯ
KHOA SƯ PHẠM TIỂU HỌC – MẦM NON

LÊ THỊ THANH THẢO

RÈN KĨ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TÌM SỐ
TRUNG BÌNH CỘNG CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

KHÓA LUẬN TỐT NGHIỆP

Mã sinh viên: 2452020284

NINH BÌNH, 2024

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOA LƯ
KHOA SƯ PHẠM TIỂU HỌC – MÀM NON

LÊ THỊ THANH THẢO

RÈN KĨ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TÌM SỐ
TRUNG BÌNH CỘNG CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

KHÓA LUẬN TỐT NGHIỆP

Mã sinh viên: 2452020284

Người hướng dẫn: ThS. Ninh Tiên Nam

NINH BÌNH, 2024

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các số liệu, kết quả nêu trong Khóa luận là trung thực, có nguồn gốc rõ ràng và được trích dẫn đúng quy định và chưa từng được công bố trong bất kì công trình nào khác.

Ninh Bình, ngày ... tháng năm 2024

Tác giả khóa luận

Lê Thị Thanh Thảo

XÁC NHẬN CỦA NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

Đề tài *“Rèn kĩ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học”* của sinh viên Lê Thị Thanh Thảo là công trình nghiên cứu không trùng lặp và chưa được công bố dưới bất kỳ hình thức nào. Trong đề tài có sự tham khảo một số tài liệu có nguồn gốc và được trích dẫn rõ ràng.

Ninh Bình, ngày... tháng ... năm 2024

Người hướng dẫn khoa học

ThS. Ninh Tiến Nam

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
XÁC NHẬN CỦA NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC	ii
MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài.....	1
2. Tổng quan tình hình nghiên cứu	2
3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu.....	3
4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu.....	3
5. Phương pháp nghiên cứu.....	3
6. Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn.....	4
7. Bố cục đề tài.....	4
Chương 5. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA VIỆC RÈN KỸ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CHO HỌC SINH TIỂU HỌC.....	5
1.1. TÌM HIỂU KỸ NĂNG GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC.....	5
1.1.1. Kỹ năng giải toán	5
1.1.2. Rèn luyện và phát triển một số kỹ năng giải toán cho học sinh Tiểu học	5
1.2. HOẠT ĐỘNG GIẢI TOÁN TRONG DẠY VÀ HỌC TOÁN CỦA HỌC SINH TIỂU HỌC	7
1.2.1. Đặc điểm nhận thức của học sinh Tiểu học	7
1.2.2. Vai trò, vị trí và tầm quan trọng của hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học	14
1.2.3. Quy trình chung để giải một bài toán ở Tiểu học	15
1.3. BÀI TOÁN TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG Ở TIỂU HỌC.....	16
1.3.1. Môn Toán Tiểu học.....	16
1.3.2. Bài toán tìm số trung bình cộng ở Tiểu học.....	18
Chương 2. RÈN KỸ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CHO HỌC SINH TIỂU HỌC	22
2.1. TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CỦA CÁC SỐ	22
2.1.1. Kiến thức cần lưu ý	22

2.1.2. Bài toán tìm số trung bình cộng của các số	22
2.1.3. Bài tập đề xuất.....	30
2.2. TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CỦA CÁC SỐ LIÊN TIẾP CÁCH ĐỀU NHAU	32
2.2.1. Kiến thức cần lưu ý	32
2.2.2. Bài toán tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều nhau	32
2.2.3. Bài tập đề xuất.....	36
2.3. TÌM SỐ SỐ HẠNG KHI BIẾT TỔNG VÀ TRUNG BÌNH CỘNG ..	38
2.3.1. Bài toán tìm số hạng khi biết tổng và trung bình cộng	38
2.3.2. Bài tập đề xuất.....	44
2.4. BÀI TOÁN ÍT HƠN, NHIỀU HƠN HOẶC BẰNG TRUNG BÌNH CỘNG.....	45
2.4.1 Bài toán ít hơn, nhiều hơn hoặc bằng trung bình cộng.	45
2.4.2. Bài tập đề xuất.....	52
KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	56
DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	57

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Cuộc cách mạng công nghiệp lần thứ tư dẫn đến sự phát triển mạnh mẽ về kinh tế tri thức đem lại cơ hội phát triển vượt bậc, đồng thời cũng đặt ra những thách thức không nhỏ đối với mỗi quốc gia, nhất là các quốc gia đang phát triển và chậm phát triển. Bên cạnh đó sự biến đổi của tự nhiên, xã hội đã đặt ra những yêu cầu, thách thức ngày càng cao đối với nguồn nhân lực. Đổi mới giáo dục nói chung và đổi mới dạy học môn Toán nói riêng là nhu cầu cấp thiết và mang tính toàn cầu.

Theo Nghị quyết số 29/NQ-TW ngày 4/11/2013 tại Hội nghị lần thứ 8 khóa XI của Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng sản Việt Nam về đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế sau khi đã chỉ ra những hạn chế và yếu kém của giáo dục đã khẳng định quan điểm chỉ đạo: “Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách nghĩ, khuyến khích tự học, tạo cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực”. Thực hiện tinh thần của Nghị quyết 29 về đổi mới giáo dục, đổi mới mục tiêu, nội dung và phương pháp dạy học đang diễn ra rất mạnh mẽ, đặc biệt là ở bậc Tiểu học. Theo đó rèn luyện kỹ năng giải các bài toán tìm số trung bình cộng tất yếu phải được đổi mới cũng như các môn học khác trong nhà trường.

Trong Chương trình giáo dục Tiểu học 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo có đưa ra yêu cầu cần đạt về phẩm chất chủ yếu và năng lực chung: môn Toán góp phần hình thành và phát triển ở học sinh các phẩm chất chủ yếu và năng lực chung theo các mức độ phù hợp với môn học, cấp học đã được quy định tại Chương trình tổng thể. Yêu cầu cần đạt về năng lực đặc thù: môn Toán góp phần hình thành và phát triển cho học sinh năng lực toán học (biểu hiện tập trung nhất của năng lực tính toán) bao gồm các thành phần cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Bên cạnh đó, môn Toán còn góp phần

cùng các môn học và hoạt động giáo dục khác giúp học sinh rèn luyện tính trung thực, tình yêu lao động, tinh thần trách nhiệm, ý thức hoàn thành nhiệm vụ học tập: bồi dưỡng sự tự tin, hứng thú học tập, thói quen đọc sách và ý thức tìm tòi, khám phá khoa học.

Dạng toán về tìm số trung bình cộng trong chương trình toán ở Tiểu học thì là một trong những dạng toán cơ bản, nền móng, được sử dụng rất nhiều trong quá trình học tập sau này cũng như trong các tính toán thường dùng của cuộc sống, đan xen nhiều trong các dạng toán khác của chương trình học và có ứng dụng thiết thực trong cuộc sống như tính toán thống kê và so sánh. Trong học tập và giải các bài toán liên quan đến tìm số trung bình cộng, đa số các em còn lúng túng trong việc nhận dạng, gặp nhiều khó khăn và mắc nhiều sai lầm trong việc giải các bài toán dạng này.

Với bốn lý do trên, tôi chọn đề tài: ***“Rèn kĩ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học”***. Với mong muốn học sinh Tiểu học có kĩ năng nhận dạng được dạng toán, phân tích bài toán và có các cách giải phù hợp cho từng bài toán của dạng toán về tìm số trung bình cộng, đồng thời góp phần nâng cao chất lượng học tập môn Toán cho học sinh Tiểu học.

2. Tổng quan tình hình nghiên cứu

Một số công trình đã nghiên cứu liên quan đến đề tài:

Phan Thu Hoa (2017) với *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi hướng dẫn học sinh giỏi lớp 4 giải toán tìm số trung bình cộng*. Chuyên đề áp dụng dạy cho học sinh theo từng hệ thống kiến thức dạy từ dễ đến khó, vận dụng linh hoạt trong khi giải toán và trình bày bài giải một cách khoa học.

Nguyễn Thị Hiền (2019) với *Sáng kiến kinh nghiệm Một số biện pháp nâng cao chất lượng giải toán có lời văn dạng “Tìm số trung bình cộng” cho học sinh lớp 4A1 - Trường Tiểu học Thị trấn Tam Đường*. Sáng kiến giúp học sinh làm quen với cách đặt vấn đề, rèn kĩ năng phân tích tổng hợp, trình bày lời giải rõ ràng, chính xác, logic góp phần rèn luyện cho học sinh phương pháp tự học, tính tích cực, chủ động, sáng tạo trong học tập.

Hoàng Phương Lan (2020) với *Đề tài một số giải pháp hướng dẫn học sinh lớp 4 giải toán về tìm số trung bình cộng*. Đề tài nhằm nâng cao chất lượng dạy học toán ở lớp 4, phát triển kỹ năng tư duy trừu tượng phù hợp và linh hoạt hơn. Hình thành ý thức lập luận chính xác, chặt chẽ trong giải toán.

Những công trình đã công bố trên đã nghiên cứu về số trung bình cộng nhưng chưa đi sâu vào rèn kỹ năng giải toán giải toán cho học sinh Tiểu học. Vì vậy, đề tài tập trung nghiên cứu chuyên sâu về rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học, góp phần thực hiện mục tiêu Chương trình giáo dục Tiểu học mới.

3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

3.1. Mục đích

Rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học.

3.2. Nhiệm vụ

- Nghiên cứu cơ sở lý luận về kỹ năng giải toán cho học sinh Tiểu học.
- Nghiên cứu về một số bài toán tìm số trung bình cộng trong chương trình môn Toán bậc Tiểu học.
- Nghiên cứu rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học.

4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

4.1. Đối tượng

Một số bài toán về số trung bình cộng.

4.2. Phạm vi

Một số bài toán về số trung bình cộng ở Tiểu học.

5. Phương pháp nghiên cứu

5.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận

Thu thập những tài liệu có liên quan đến vấn đề nghiên cứu nhằm làm rõ các vấn đề lý luận về đề tài cần nghiên cứu.

Đọc, phân tích, tổng hợp, tìm hiểu sách giáo khoa Toán các lớp ở bậc Tiểu học, các tài liệu tham khảo với các dạng toán liên quan đến các dạng toán tìm số trung bình cộng. Các kỹ năng cần thiết để giải toán nhằm nghiên cứu cơ sở lý luận của đề tài nghiên cứu.

5.2. Phương pháp phân tích, tổng hợp

Phân tích và phân loại các dạng Toán về số trung bình cộng nghiên cứu, phân tích từng loại kiểu bài tập từ đó tổng hợp lại để đưa ra các phương pháp giải toán cho phù hợp với dạng toán.

6. Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn

6.1. Ý nghĩa khoa học

Đề tài cung cấp cho giáo viên Tiểu học, phụ huynh và học sinh ở bậc Tiểu học các dạng toán về tìm số trung bình cộng, các phương pháp cần thiết để giải các bài toán về tìm số trung bình cộng.

6.2. Ý nghĩa thực tiễn

Việc nghiên cứu đề tài này giúp bản thân có thể hiểu sâu về dạng toán tìm số trung bình cộng, tháo gỡ những khó khăn, vướng mắc khi hướng dẫn học sinh giải dạng toán này.

Làm liệu tham khảo cho sinh viên học chuyên ngành giáo dục Tiểu học trong học tập, góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán ở bậc Tiểu học.

Giúp học sinh có kỹ năng giải toán tốt về dạng toán tìm số trung bình cộng trong quá trình học tập, ôn tập cho các kì thi.

7. Bố cục đề tài

Đề tài gồm có phần Mở đầu, phần Tài liệu tham khảo, Phụ lục và phần Nội dung gồm 2 chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận của việc rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học

Chương 2: Rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA VIỆC RÈN KỸ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

1.1. TÌM HIỂU KỸ NĂNG GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC

1.1.1. Kỹ năng giải toán

Kỹ năng là một khái niệm rộng, thường được hiểu và diễn đạt theo những cách khác nhau, dựa trên các cách tiếp cận hay mục tiêu cụ thể.

Từ điển Tiếng Việt khẳng định: “Kỹ năng là khả năng vận dụng những kiến thức thu nhận được trong một lĩnh vực nào đó vào thực tế”. [1, tr 426]

Trong Toán học kỹ năng là khả năng giải các bài toán, thực hiện các chứng minh cũng như phân tích các lời giải và chứng minh nhận được.

Kỹ năng giải toán là khả năng vận dụng có mục đích những tri thức và kinh nghiệm đã có vào giải những bài toán cụ thể, thực hiện có kết quả một hệ thống hành động giải toán để đi đến lời giải của bài toán một cách khoa học.

Muốn hình thành được kỹ năng giải toán cho học sinh, giáo viên phải tổ chức cho học sinh học toán trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, sáng tạo để học sinh có thể nắm vững tri thức, có kỹ năng và sẵn sàng vận dụng vào thực

1.1.2. Rèn luyện và phát triển một số kỹ năng giải toán cho học sinh Tiểu học

- Kỹ năng nhận dạng các bài toán Tiểu học: là khả năng xác định loại bài toán dựa trên thông tin được cung cấp và phân loại chúng thành các loại khác nhau. Dưới đây là một số kỹ năng cần thiết để nhận dạng các bài toán Tiểu học:

+ Phân biệt các loại bài toán, có nhiều loại bài toán Tiểu học khác nhau như toán học, lượng tính, hình học, đơn vị đo lường, thời gian,... cần nhận biết và phân loại chúng.

+ Đọc và hiểu đề bài, kỹ năng đọc hiểu là quan trọng để hiểu rõ yêu cầu của bài toán, các giới hạn và điều kiện cần thiết, các thông tin có thể sử dụng để giải quyết bài toán.

+ Cần xác định yếu tố chính trong bài toán, tức là biến số mà chúng ta cần tìm giá trị hoặc mối quan hệ giữa các biến số.

+ Cần phân tích các số liệu được cung cấp trong bài toán và xác định cách thức sử dụng chúng để giải quyết bài toán.

+ Cần phân loại các phép tính cần sử dụng trong bài toán, chẳng hạn như phép cộng, trừ, nhân, chia,...

+ Cần xác định phương pháp, công thức hoặc các bước giải quyết cụ thể cho từng loại bài toán.

+ Sau khi giải xong bài toán, cần kiểm tra lại kết quả để đảm bảo tính đúng đắn và logic của quá trình giải.

+ Để nâng cao kỹ năng nhận dạng các bài toán Tiểu học, cần luyện tập thường xuyên và áp dụng những gì đã học vào thực tế.

Tóm lại, kỹ năng nhận dạng các bài toán Tiểu học đòi hỏi phải có kiến thức cơ bản về toán học và khả năng phân tích, tư duy logic để nhận biết và phân loại các loại bài toán khác nhau.

- Kỹ năng phân tích suy luận vận dụng các phương pháp giải toán để giải các dạng toán ở Tiểu học là một kỹ năng quan trọng trong việc giải các dạng toán ở Tiểu học. Dưới đây là các phương pháp cơ bản mà học sinh cần nắm vững để giải quyết các dạng toán này:

+ Đầu tiên, học sinh cần đọc đề bài một cách kỹ lưỡng để hiểu rõ yêu cầu của bài toán. Họ cần phân tích thông tin trong đề bài và xác định các dữ kiện quan trọng.

+ Sau khi đọc đề bài, học sinh cần nhìn lại các thông tin đã phân tích và xác định vấn đề cần giải quyết. Học sinh cần tìm mối liên hệ giữa các dữ kiện và xác định mục tiêu của bài toán.

+ Dựa vào kiến thức toán học đã học, học sinh cần chọn phương pháp giải phù hợp. Đây có thể là phép cộng, phép trừ, phép nhân, phép chia, tìm số lớn nhất, số bé nhất, xác định quy tắc,...

+ Sau khi chọn phương pháp giải phù hợp, học sinh cần áp dụng phương pháp này để giải quyết vấn đề. Họ cần chắc chắn rằng các bước giữa quá trình giải quyết đúng và không bị sai sót.

+ Cuối cùng, học sinh cần kiểm tra lại kết quả đã tính toán. Họ cần xem xét xem kết quả có hợp lý không và có đúng với yêu cầu của đề bài không. Kiểm tra kết quả giúp học sinh phát hiện và sửa chữa sai sót nếu có.

Kỹ năng phân tích suy luận và vận dụng các phương pháp giải toán cần được luyện tập và rèn kỹ. Học sinh cần làm nhiều bài tập và thực hành để trở nên thành thạo và tự tin trong việc giải quyết các dạng toán ở Tiểu học.

- Kỹ năng thiết kế đề toán theo dạng toán hoặc theo phương pháp giải toán là khả năng xây dựng và sắp xếp các bài toán theo dạng toán hoặc theo

phương pháp giải toán một cách logic và cân nhắc. Để phát triển kỹ năng này, bạn có thể tham khảo các bước sau:

- + Đầu tiên, xác định được mục tiêu của bài toán, tức là bạn muốn giải quyết vấn đề gì thông qua bài toán đó.

- + Tìm hiểu về các kiến thức liên quan đến mục tiêu của bạn. Điều này có thể bao gồm việc đọc sách giáo trình, tìm hiểu qua các tài liệu trực tuyến hoặc tham khảo ý kiến của người có kinh nghiệm trong lĩnh vực đó.

- + Dựa vào mục tiêu và kiến thức đã thu thập, quyết định dạng toán phù hợp để giải quyết vấn đề. Có thể là toán học cơ bản, toán ứng dụng, toán hình học, xác suất và thống kê, ...

- + Thiết kế bài toán cần xác định kỹ lưỡng yêu cầu đề bài, đảm bảo rằng nó liên quan đến mục tiêu và dạng toán đã chọn. Ghi rõ các thông tin, dữ kiện và công thức cần thiết để giải quyết bài toán.

- + Xác định phương pháp giải quyết bài toán dựa trên dạng toán đã chọn. Nếu cần, có thể cung cấp hướng dẫn cho người giải bài toán về các bước cần thực hiện.

- + Kiểm tra lại bài toán xem có chính xác và rõ ràng không. Nếu cần, xem xét và cải tiến lại đề bài để tăng tính thú vị và khó khăn của nó.

- + Thử giải bài toán một cách thực tế hoặc yêu cầu người khác giải. Đánh giá kết quả giải quyết vấn đề và cải tiến nếu cần thiết.

Luyện tập thường xuyên và áp dụng các bước trên sẽ giúp phát triển kỹ năng thiết kế đề toán theo dạng toán hoặc theo phương pháp giải toán một cách hiệu quả.

1.2. HOẠT ĐỘNG GIẢI TOÁN TRONG DẠY VÀ HỌC TOÁN CỦA HỌC SINH TIỂU HỌC

1.2.1. Đặc điểm nhận thức của học sinh Tiểu học

1.2.1.1. Tri giác

Tri giác là một quá trình tâm lý phản ánh một cách trọn vẹn các thuộc tính bề ngoài của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan khi chúng đang trực tiếp tác động vào các cơ quan cảm giác tương ứng của chúng ta.

Tri giác mang tính chất đại thể ít đi sâu vào chi tiết và mang tính không chủ định. Khả năng phân tích một cách có tổ chức và sâu sắc khi tri giác ở học sinh các lớp đầu bậc Tiểu học còn yếu, các em thường thu tóm sự vật về toàn bộ, về đại thể để tri giác. Chẳng hạn khi cho các em tri giác một bức tranh rất đẹp, sau đó cất bức tranh đó đi và yêu cầu các em vẽ lại thì thấy các

em không nhận thấy được rất nhiều chi tiết. Các em phân biệt đối tượng còn chưa chính xác, dễ mắc sai lầm, dễ nhầm lẫn. Ví dụ: Các em khó phân biệt cây mía với cây sậy, hình có năm cạnh với hình có sáu cạnh...Tuy vậy, ta cũng không nên nghĩ rằng các em chưa có khả năng phân tích để tách các dấu hiệu, các chi tiết nhỏ của một đối tượng nào đó. Ở học sinh Tiểu học tri giác không chủ định vẫn chiếm ưu thế. So với trẻ mẫu giáo thì thị giác của học sinh Tiểu học nhạy bén hơn, độ nhạy đó tăng lên trong suốt thời kỳ học Tiểu học. Các em từ 7-10 tuổi đã phân biệt được những màu cơ bản, nhưng chưa phân biệt được sắc điệu của mỗi loại màu.

Học sinh Tiểu học nhạy cảm đối với các tác động bên ngoài vì hoạt động của hệ thống tín hiệu thứ nhất còn chiếm ưu thế. Các em chưa phân biệt chính xác được các sự vật giống nhau, đó là khả năng phân tích khi tri giác còn yếu do trẻ có khuynh hướng đoán vội vàng. Các em chưa tri giác đúng đơn vị độ dài và còn nhiều khó khăn khi tri giác khoảng cách (học sinh chưa ước lượng đúng độ dài của mét và ki – lô – mét). Về tri giác độ lớn thì học sinh đã có thể tri giác được đúng độ lớn của một vật thông thường, nhưng đối với những vật quá nhỏ hay quá lớn thì các em chưa tri giác được. Chẳng hạn có em cho “quả đất to bằng mấy tỉnh” hoặc “vi trùng bé bằng hạt tằm”. Tri giác thời gian phát triển chậm so với tri giác không gian. Các em lớp 1, lớp 2 mới nhận thức được khoảng thời gian ngắn, với các khoảng thời gian xa xưa các em có xu hướng muốn rút ngắn lại, muốn đưa quá khứ về hiện tại.

Chẳng hạn, khi trả lời câu hỏi: ngày xưa lâu nhất cách đây bao nhiêu năm? Có em trả lời là 7 năm, 100 năm, 1500 năm. Nhưng khi hỏi: khi đó có bà chưa? em trả lời là “có bà rồi”. Do hoạt động hàng ngày, do được học tập, tri giác thời gian cũng được phát triển. Vào cuối bậc Tiểu học, trẻ có thể tri giác được khoảng thời gian dài hơn và ngắn hơn (thế kỷ, phút, giây). Ở các lớp đầu bậc Tiểu học thì tri giác của các em thường gắn với những hành động và hoạt động thực tiễn của các em. Vì vậy, tất cả các hình thức tri giác trực quan bằng sự vật, bằng hình ảnh và bằng lời nói cần được sử dụng trong các giờ lên lớp ở bậc Tiểu học.

K.Đ.Usinxki viết: Khi bắt đầu học, trẻ em không chỉ cần hiểu điều mình đọc, mà còn biết nhìn sự vật đúng và tinh, biết nhận thấy những đặc điểm của sự vật. Không những chỉ học suy nghĩ mà học cả quan sát nữa và thậm chí học quan sát trước khi học suy nghĩ.

Tri giác của học sinh Tiểu học còn mang tính trực quan và mang tính cảm xúc nhiều. Nên trong quá trình dạy học giáo viên không chỉ dạy trẻ kỹ năng nhìn mà còn phải biết xem xét sự vật, biết phát hiện những thuộc tính bản chất của sự vật hiện tượng. Không chỉ dạy trẻ nghe mà còn dạy trẻ biết cách lắng nghe. Điều này không chỉ được thực hiện trong lớp học mà còn được thực hiện khi đi tham quan, dã ngoại...

1.2.1.2. Trí nhớ

Trí nhớ là quá trình tâm lý phản ánh những kinh nghiệm đã có của cá nhân dưới hình thức biểu tượng bằng cách ghi nhớ, giữ gìn và làm xuất hiện lại những điều mà con người đã trải qua.

Trí nhớ còn mang tính trực quan - hình tượng và được phát triển hơn trí nhớ từ ngữ logic. Các em nhớ và gìn giữ chính xác những sự vật hiện tượng cụ thể nhanh hơn và tốt hơn những định nghĩa, khái niệm, những lời giải thích dài dòng. Học sinh đầu cấp thường có khuynh hướng ghi nhớ máy móc bằng cách lặp đi lặp lại nhiều lần, có khi chưa hiểu được những mối liên hệ, ý nghĩa của tài liệu học tập đó. Nên các em thường học thuộc tài liệu học tập theo đúng câu, từng chữ mà không sắp xếp lại để diễn đạt theo lời lẽ của mình. Nhiều học sinh Tiểu học còn chưa biết tổ chức việc ghi nhớ có ý nghĩa, chưa biết sử dụng sơ đồ logic và dựa vào các điểm tựa để ghi nhớ, chưa biết xây dựng dàn ý tài liệu cần ghi nhớ, không biết chia tài liệu cần ghi nhớ ra từng phần nhỏ, không biết dùng sơ đồ, hình vẽ... để ghi nhớ.

Các em thường ghi nhớ một cách máy móc, ghi nhớ theo trang. Nếu được hướng dẫn thì trẻ em biết cách ghi nhớ tài liệu một cách hợp lý, biết lập dàn ý để ghi nhớ, khuynh hướng nhớ từng câu, từng chữ giảm dần, ghi nhớ ý nghĩa tăng lên. Ở học sinh Tiểu học việc ghi nhớ các tài liệu trực quan hình tượng có nhiều hiệu quả nhất. Tuy nhiên ở lứa tuổi này hiệu quả của việc ghi nhớ các tài liệu từ ngữ (cụ thể và trừu tượng) tăng rất nhanh. Trong việc ghi nhớ các tài liệu từ ngữ nhất là các tài liệu từ ngữ trừu tượng vẫn còn phải dựa trên những tài liệu trực quan hình tượng mới vững chắc.

1.2.1.3. Tư duy

Dưới góc độ tâm lý học, Tư duy là quá trình nhận thức phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối liên hệ và quan hệ bên trong, có tính quy luật của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan mà trước đó ta chưa biết.

Tư duy của trẻ mới đến trường mang tính trực quan cụ thể, mang tính hình thức bằng cách dựa vào những đặc điểm trực quan của những sự vật hiện tượng cụ thể. J.Piagiê cho rằng: Tư duy của trẻ từ 7 đến 10 tuổi về cơ bản còn ở giai đoạn những thao tác cụ thể. Ví dụ: Trong các giờ toán đầu tiên của bậc học, khi giải các bài toán học sinh phải dùng que tính, dùng các ngón tay làm phương tiện tính toán...Có một số em không biết cách học nên khi lên lớp 2 vẫn phải dùng đốt ngón tay hay vẫn phải nói thành lời khi tính toán. Việc sử dụng những sự vật ở bên ngoài và dùng lời nói để tính toán là cần thiết, nhưng giáo viên cũng cần rèn luyện cho các em khả năng thực hiện phép toán ở trong đầu (tính nhẩm).

Tư duy của học sinh Tiểu học chưa thoát khỏi tính trực quan cụ thể, chưa nhận thức được ý nghĩa của từ “nếu”. Chẳng hạn khi cô giáo ra bài toán: “Nếu một con vịt có 3 chân thì hai con vịt có bao nhiêu chân?” Nhiều học sinh đã lúng túng, các em thắc mắc làm gì vịt có 3 chân. Ở đây các em chưa biết suy luận từ giả định này để rút ra kết luận, chính điểm này làm các em dễ mắc sai lầm trong tư duy.

Nhờ ảnh hưởng của việc học tập, học sinh Tiểu học dần dần chuyển từ nhận thức các mặt bề ngoài của các hiện tượng đến nhận thức được những thuộc tính và dấu hiệu bản chất của hiện tượng vào tư duy. Điều đó tạo khả năng so sánh, khái quát đầu tiên để xây dựng suy luận sơ đẳng. Sự lĩnh hội tri thức bây giờ không còn dựa trên nhận thức trực tiếp cảm tính như ở tuổi mẫu giáo mà phần lớn là dựa vào cách nhận thức gián tiếp thông qua từ (tất nhiên có sự hỗ trợ của yếu tố trực quan).

Quá trình vận dụng các thao tác tư duy để hình thành những khái niệm trải qua ba mức độ. Cụ thể như sau:

Một là: khi tri giác trực tiếp sự vật và hiện tượng cụ thể, học sinh tách ra các dấu hiệu trực quan, bề ngoài dễ thấy (màu sắc, hình dáng, độ lớn) các dấu hiệu dễ đập vào mắt hay dễ gây cảm xúc (hành vi, chức năng, công dụng) nhưng đó thường là các dấu hiệu không bản chất, các dấu hiệu thứ yếu (mức độ này thường thấy ở học sinh lớp 1,2). Ví dụ: Khi giải thích khái niệm “chim” học sinh lớp 1 đã dựa vào dấu hiệu bề ngoài như bay, nhảy, hót...

Hai là: các em biết dựa trên những dấu hiệu không bản chất và bản chất, nhưng cái bản chất ở đây phải dễ bộc lộ, dễ tri giác. Tuy vậy, khi xếp loại trẻ lại dựa vào tất cả các dấu hiệu, không phân biệt cái bản chất và không bản chất, cái trọng yếu và cái thứ yếu. Hơn nữa các dấu hiệu đó vẫn gắn liền với

các hình ảnh trực quan các biểu tượng cụ thể (mức độ này thường gặp ở học sinh lớp 3).

Ba là: trẻ đã biết tách dấu hiệu bản chất ra khỏi các dấu hiệu không bản chất, nhưng vẫn phải dựa vào sự vật cụ thể trực quan. Các dấu hiệu bản chất được nêu ra còn chưa được đầy đủ (mức độ này thường gặp ở nhiều học sinh lớp 4).

Năng lực trừu tượng hóa và khái quát hóa của học sinh Tiểu học đang phát triển mạnh, lúc đầu còn dựa trên những cái không bản chất và dần dần đi vào bản chất, nhưng chưa đầy đủ và phải dựa trên những vật cụ thể, những tài liệu trực quan. Vì vậy, đặc điểm tư duy chủ yếu của học sinh Tiểu học là tư duy hình tượng trực quan, tư duy cụ thể. Các em chưa thể tự mình suy luận một cách logic, mà thường đi chệch khỏi đối tượng suy luận và thường dựa vào những mối liên hệ ngẫu nhiên của sự vật, hiện tượng. Học sinh đầu bậc Tiểu học còn gặp một số khó khăn nhất định khi phải xác định và tìm hiểu mối quan hệ nhân quả, các em còn lẫn lộn giữa nguyên nhân và kết quả, hiểu mối quan hệ chưa sâu sắc. Các em xác định mối quan hệ từ nguyên nhân đến kết quả sẽ dễ hơn từ kết quả suy ra nguyên nhân. Bởi vì, khi suy luận từ nguyên nhân dẫn đến kết quả thì mối quan hệ trực tiếp được xác lập, còn khi suy luận từ sự kiện dẫn tới nguyên nhân gây ra nó thì mối quan hệ này không được phát hiện trực tiếp vì sự kiện đó có thể do nhiều nguyên nhân gây ra. Ví dụ: Yêu cầu học sinh trả lời hai câu hỏi sau: “Nếu trồng cây mà không tưới nước thì sẽ xảy ra điều gì?” và “Tại sao cây trồng này lại bị héo?” Đến cuối bậc Tiểu học trẻ có thể tìm thấy mối liên hệ nhân quả qua các tài liệu trực quan hay trên hành động.

Tư duy của học sinh Tiểu học còn mang tính cảm xúc. Trẻ dễ xúc cảm với tất cả những điều suy nghĩ. Giáo viên phải dạy cho các em cách suy luận phải có căn cứ khách quan, phán đoán phải có dẫn chứng thực tế, kết luận phải có tính chất đúng đắn logic, suy nghĩ phải có mục đích. Sự phát triển tư duy logic là một khâu quan trọng trong sự phát triển trí tuệ của học sinh Tiểu học. Mặt khác, khi nội dung và phương pháp dạy học được thay đổi tương ứng với nhau thì trẻ em có thể sẽ có được một số đặc điểm tư duy hoàn toàn khác.

1.2.1.4. Tưởng tượng

Tưởng tượng của học sinh là một quá trình nhận thức nhờ đó các em phản ánh những cái chưa từng có trong kinh nghiệm của mình bằng cách xây dựng những hình ảnh mới trên cơ sở những biểu tượng đã có. Đặc điểm tưởng tượng của học sinh Tiểu học:

- Tưởng tượng của học sinh Tiểu học đã phát triển và phong phú hơn so với trẻ em tuổi mẫu giáo, đặc biệt là tính có chủ định tăng lên rõ rệt. Nó được hình thành và phát triển trong hoạt động học và các hoạt động khác của các em. Khuynh hướng chủ yếu trong sự phát triển của tưởng tượng ở học sinh Tiểu học là tiến dần đến phản ánh một cách đúng đắn và đầy đủ hiện thực khách quan trên cơ sở những tri thức tương ứng.

- Tưởng tượng của học sinh đầu Tiểu học còn tản mạn, ít có tổ chức, hình ảnh tưởng tượng còn đơn giản, hay thay đổi chưa bền vững, học sinh chỉ lặp lại hoặc thay đổi chút ít về kích thước, về hình dạng các biểu tượng đã tri giác được, ví dụ như các em lớp một thường vẽ người ném hòn đá có tay to hơn chân. Học sinh cuối cấp Tiểu học, tưởng tượng của các em gắn với hiện thực hơn. Sở dĩ như vậy là vì các em đã có kinh nghiệm phong phú hơn, đã lĩnh hội được tri thức khoa học từ quá trình học tập. Các em đã có khả năng nhào nặn, gọt rũa những biểu tượng cũ để sáng tạo ra những biểu tượng mới. Học sinh đã biết dựa vào ngôn ngữ, tư duy để xây dựng biểu tượng mang tính khái quát và trừu tượng hơn. Ví dụ: những trò chơi của các em cuối cấp đòi hỏi phải giống hiện thực nhiều hơn. Tưởng tượng của các em học sinh nhỏ là tính trực quan, cụ thể; đối với các em lớp 3, lớp 4 tính trực quan cụ thể của tưởng tượng đã giảm đi, vì tưởng tượng của các em đã dựa vào ngôn ngữ. Ví dụ: vẽ con cá nhưng lại vẽ thêm đôi cánh. Chỉ có các em lớn ở lớp 4 mới có khả năng nhào nặn, gọt rũa những hình tượng cũ để sáng tạo ra hình tượng mới (vẫn còn tính chất bắt chước lặp lại). Tưởng tượng sáng tạo của học sinh Tiểu học biểu hiện khá rõ rệt trong khi các em làm thơ, vẽ tranh và trong khi kể chuyện. Nhưng nhược điểm trong sản phẩm tưởng tượng của các em là chủ đề còn nghèo nàn, hành động phát triển không nhất quán, xa sự thật. Vì vậy, giáo viên phải thông qua con đường học tập, vui chơi và lao động mà phát triển óc tưởng tượng sáng tạo cho các em, cần chú ý hướng học sinh tránh những tưởng tượng ngông cuồng, xa thực tế nhưng không làm hạn chế tính sáng tạo của trẻ trong quá trình tưởng tượng.

1.2.1.5. Chú ý

Theo giáo trình Tâm lí học đại cương của Phạm Quang Uẩn chủ biên (2001) thì: *“Chú ý là một hiện tượng tâm lí; là sự tập trung của hoạt động tâm lí vào một hoặc một số đối tượng nào đó, nhằm phản ánh chúng một cách đầy đủ, rõ ràng nhất”*. Ví dụ: chú ý nghe thầy cô giáo giảng bài, chú ý điều khiển phương tiện tham gia giao thông đúng quy định. [16, tr. 36]

Ở đầu tuổi Tiểu học, chú ý không chủ định vẫn chiếm ưu thế so với chú ý có chủ định. Những kích thích có cường độ mạnh vẫn là một trong những mục tiêu thu hút sức chú ý của trẻ. Chú ý có chủ định đang phát triển mạnh, do tri thức được mở rộng, ngôn ngữ phong phú, tư duy phát triển. Các em còn được rèn luyện về những phẩm chất ý chí như tính kế hoạch, tính kiên trì nhẫn nại, tính mục đích, tính độc lập... Sự tập trung chú ý và tính bền vững của chú ý ở học sinh Tiểu học đang phát triển nhưng chưa bền vững, là do quá trình ức chế phát triển còn yếu, tính hưng phấn còn cao. Do vậy, chú ý của các em còn bị phân tán, các em dễ quên những điều cô giáo dặn khi cuối buổi học, bỏ sót chữ cái trong từ, trong câu... Học sinh lớp 1, 2 thường chỉ tập trung chú ý tốt khoảng từ 20 - 25 phút, lớp 3, 4 khoảng 30 đến 35 phút. Khối lượng chú ý của học sinh Tiểu học không lớn lắm, thường chỉ hạn chế ở hai, ba đối tượng trong cùng một thời gian. Khả năng phân phối chú ý bị hạn chế nhiều vì chưa hình thành được nhiều kĩ năng kĩ xảo trong học tập. Sự di chuyển chú ý của học sinh Tiểu học nhanh hơn người lớn tuổi vì quá trình hưng phấn và ức chế ở chúng rất linh hoạt, rất nhạy cảm. Khả năng chú ý của học sinh Tiểu học còn phụ thuộc vào nhịp độ học tập, nếu nhịp độ học tập quá nhanh hoặc quá chậm đều không thuận lợi cho tính bền vững và sự tập trung của chú ý.

1.2.1.6. Ngôn ngữ

Ngôn ngữ của học sinh Tiểu học đã phát triển rất rõ rệt cả về số lượng và chất lượng. Do nội dung học tập đã mở rộng, nên ngôn ngữ của các em đã vượt ra khỏi phạm vi những từ sinh hoạt, cụ thể và đã bao gồm nhiều khái niệm khoa học, trừu tượng. Vào học trường Tiểu học lần đầu tiên tiếng Việt trở thành môn học được tổ chức học tập một cách đặc biệt. Vấn đề học viết đúng chính tả, đặt câu đúng ngữ pháp, giúp học sinh có thể lựa chọn một cách có ý nghĩa những từ ngữ và các hình thức ngữ pháp để diễn đạt ý nghĩa của mình. Các hình thức đọc bài, làm bài trả lời câu hỏi của thầy, cô giáo là điều

kiện tốt để phát triển ngôn ngữ của học sinh. Sự thay đổi về chất lượng trong ngôn ngữ nói và đặc biệt sự hình thành ngôn ngữ viết có ảnh hưởng căn bản đến sự phát triển tất cả các quá trình tâm lý của các em. Học sinh Tiểu học chưa sử dụng tốt ngôn ngữ bên trong để học bài. Một số em còn nói ngọng, phát âm sai, viết sai chính tả, sai ngữ pháp, câu rườm rà. Nhiệm vụ của giáo viên là phải kịp thời sửa những sai sót đó trong các giờ học, nhất là những giờ tập đọc và ngữ pháp.

1.2.2. Vai trò, vị trí và tầm quan trọng của hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học

Trong dạy học toán nói chung, ở Tiểu học nói riêng, giải toán có vị trí đặc biệt quan trọng. Trong giải toán, học sinh phải tư duy một cách tích cực và linh hoạt, phải biết suy nghĩ năng động, sáng tạo. Vì vậy có thể coi giải toán là một trong những biểu hiện năng động nhất của hoạt động trí tuệ của học sinh.

Thông qua hoạt động giải toán, học sinh biết cách vận dụng các khái niệm, quy tắc, công thức đã được học trong sách giáo khoa để xử lý những tình huống đặt ra trong môn Toán, trong các môn học khác và trong thực tế đời sống lao động sản xuất. Đồng thời thông qua hoạt động giải toán, giáo viên có thể phát hiện những ưu điểm cũng như thiếu sót của học sinh về kiến thức, kỹ năng và tư duy để có biện pháp kịp thời giúp các em phát huy hoặc khắc phục. Mặt khác, cũng thông qua hoạt động giải toán, học sinh tự rút ra những ưu điểm và hạn chế của bản thân để có cách khắc phục, góp phần nâng cao chất lượng dạy và học toán.

Qua hoạt động giải toán, học sinh rèn luyện những đức tính và phong cách làm việc trong khoa học như ý chí khắc phục và vượt qua khó khăn, lòng say mê và tìm tòi, sáng tạo trong học tập. Đồng thời, thông qua hoạt động giải toán hình thành cho học sinh thói quen xét đoán vấn đề có căn cứ, làm việc có kế hoạch, có kiểm tra kết quả cuối cùng, từng bước hình thành và rèn cho học sinh thói quen suy nghĩ độc lập, linh hoạt. Từ đó hình thành khả năng trình bày, diễn đạt một vấn đề một cách chặt chẽ và mạch lạc.

Qua hoạt động giải toán, học sinh được củng cố kiến thức và rèn kỹ năng sử dụng Tiếng Việt, Tự nhiên và Xã hội, Giáo dục môi trường, ...

Khi giải toán, ta quan tâm đến hai vấn đề lớn: nhận dạng bài toán và lựa chọn phương pháp thích hợp để giải. Thực hành giải toán là rèn kỹ năng cho hai hoạt động trên đây.

1.2.3. Quy trình chung để giải một bài toán ở Tiểu học

Hướng dẫn học sinh hình thành kỹ năng giải toán là một hoạt động khó bởi mỗi bài toán là sự kết hợp đa dạng nhiều quan hệ toán học. Hoạt động giải toán gây nhiều khó khăn đối với một số học sinh bởi giải toán yêu cầu học sinh nắm rõ các khái niệm toán học, quan hệ toán học, cần có tư duy logic để nắm rõ đề bài, yêu cầu bài toán. Bên cạnh đó, sự phát triển chưa hoàn thiện về tri giác, trí nhớ, tư duy, tưởng tượng cũng hạn chế phần nào khả năng giải toán của học sinh tiểu học.

Để giúp học sinh giải toán đạt hiệu quả, hình thành tư duy suy luận logic với mỗi bài toán, thông thường, người giáo viên thường hướng dẫn học sinh nắm vững 4 bước của quá trình giải toán:

Bước 1: Tìm hiểu đề bài.

Một đề bài toán có thể là sự kết hợp giữa ba ngôn ngữ: Ngôn ngữ tự nhiên, ngôn ngữ toán học và ngôn ngữ kí hiệu. Để hiểu được đề bài, học sinh cần phải đọc kỹ đề bài, hiểu được ý nghĩa của các thuật ngữ. Một trong những việc làm giúp học sinh hiểu đề bài là yêu cầu học sinh nhắc lại đề bài theo cách diễn tả của mình, từ đó giúp học sinh nắm được: Những dữ kiện bài toán, những ẩn số, những điều kiện (quan hệ giữa các dữ kiện và ẩn số).

Bước 2: Phân tích đề bài, lập kế hoạch giải.

Lập kế hoạch giải là đi tìm hướng giải cho bài toán. Muốn giải đáp những yêu cầu của đề bài thì cần phải biết những gì? Những điều đó đề bài đã cho biết chưa? Nếu chưa biết thì tìm bằng cách nào? dựa vào đâu để tìm? Cứ lần lượt như vậy cho đến khi nào học sinh có thể tìm được cách giải đáp từ những dữ kiện cho sẵn trong đề bài.

Đây là hoạt động tư duy khó với học sinh tiểu học. Song lại là một hoạt động quan trọng của quá trình giải toán, nên giáo viên cần kiên trì dẫn dắt giúp học sinh tìm được cách giải bài toán.

Bước 3: Trình bày lời giải.

Đây là bước học sinh trình bày lời giải một cách hoàn chỉnh dựa vào bước 2.

Bước 4: Kiểm tra lời giải và đánh giá cách giải.

Đây không phải là bước bắt buộc đối với quá trình giải toán, nhưng lại là bước không thể thiếu trong dạy học toán. Bước này có mục đích:

- Kiểm tra lại phép tính đã đúng hay chưa. Kết quả đã chính xác chưa.
- Tìm cách giải khác và so sánh với cách giải khác để chọn được cách giải phù hợp nhất với học sinh.
- Khai thác đề bài toán, mở rộng và phát triển bài toán,...

1.3. BÀI TOÁN TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG Ở TIỂU HỌC

1.3.1. Môn Toán Tiểu học

1.3.1.1. Mục tiêu môn Toán Tiểu học

Môn Toán cấp tiểu học nhằm giúp học sinh đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

a) Góp phần hình thành và phát triển năng lực toán học với yêu cầu cần đạt: thực hiện được các thao tác tư duy ở mức độ đơn giản; nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề đơn giản; lựa chọn được các phép toán và công thức số học để trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, cách thức giải quyết vấn đề; sử dụng được ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường, động tác hình thể để biểu đạt các nội dung toán học ở những tình huống đơn giản; sử dụng được các công cụ, phương tiện học toán đơn giản để thực hiện các nhiệm vụ học tập toán đơn giản.

Có những kiến thức và kĩ năng toán học cơ bản ban đầu, thiết yếu về:

–Số và phép tính: Số tự nhiên, phân số, số thập phân và các phép tính trên những tập hợp số đó.

–Hình học và Đo lường: Quan sát, nhận biết, mô tả hình dạng và đặc điểm (ở mức độ trực quan) của một số hình phẳng và hình khối trong thực tiễn; tạo lập một số mô hình hình học đơn giản; tính toán một số đại lượng hình học; phát triển trí tưởng tượng không gian; giải quyết một số vấn đề thực tiễn đơn giản gắn với Hình học và Đo lường (với các đại lượng đo thông dụng).

–Thống kê và Xác suất: Một số yếu tố thống kê và xác suất đơn giản; giải quyết một số vấn đề thực tiễn đơn giản gắn với một số yếu tố thống kê và xác suất.

c) Cùng với các môn học và hoạt động giáo dục khác như: Đạo đức, Tự nhiên và xã hội, Hoạt động trải nghiệm,... góp phần giúp học sinh có những hiểu biết ban đầu về một số nghề nghiệp trong xã hội.

1.3.1.2. Đặc điểm môn Toán Tiểu học

Toán học ngày càng có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, những kiến thức và kĩ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tế cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác, góp phần thúc đẩy xã hội phát triển.

Môn Toán trường Tiểu học góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học cho học sinh; phát triển kiến thức, kĩ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa Toán học với thực tiễn, giữa Toán học với các môn học và hoạt động giáo dục khác, đặc biệt với các môn Khoa học, Công nghệ, Tin học để thực hiện giáo dục STEM.

Nội dung môn Toán thường mang tính logic, trừu tượng, khái quát. Do đó, để hiểu và học được Toán, chương trình Toán ở trường Tiểu học cần bảo đảm sự cân đối giữa “học” kiến thức và “vận dụng” kiến thức vào giải quyết vấn đề cụ thể.

Trong quá trình học và áp dụng toán học, học sinh luôn có cơ hội sử dụng các phương tiện công nghệ, thiết bị dạy học hiện đại, đặc biệt là máy tính điện tử và máy tính cầm tay hỗ trợ quá trình biểu diễn, tìm tòi, khám phá kiến thức, giải quyết vấn đề toán học.

Trong chương trình giáo dục Tiểu học, Toán là môn học bắt buộc từ lớp 1 đến lớp 5. Nội dung giáo dục toán học được phân chia theo hai giai đoạn:

- Giai đoạn giáo dục cơ bản: Môn Toán giúp học sinh hiểu được một cách có hệ thống những khái niệm, nguyên lí, quy tắc toán học cần thiết nhất cho tất cả mọi người, làm nền tảng cho việc học tập ở các trình độ học tập tiếp theo hoặc có thể sử dụng trong cuộc sống hằng ngày.

- Giai đoạn giáo dục định hướng nghề nghiệp: Môn Toán giúp học sinh có cái nhìn tương đối tổng quát về toán học, hiểu được vai trò và những ứng dụng của toán học trong thực tiễn, những ngành nghề có liên quan đến toán học để học sinh có cơ sở định hướng nghề nghiệp, cũng như có khả năng tự mình tìm hiểu những vấn đề có liên quan đến toán học trong suốt cuộc đời.

Chương trình môn Toán trong cả hai giai đoạn giáo dục có cấu trúc tuyến tính kết hợp với “đồng tâm xoáy ốc” (đồng tâm, mở rộng và nâng cao dần), xoay quanh và tích hợp ba mạch kiến thức: Số, Đại số và Một số yếu tố giải tích; Hình học và Đo lường; Thống kê và Xác suất.

1.3.2. Bài toán tìm số trung bình cộng ở Tiểu học

1.3.2.1. Trung bình cộng, số trung bình cộng

Theo toán học, trung bình cộng của số hạng là tỉ số giữa tổng các số hạng đó và số các số hạng.

Hiểu một cách đơn giản về khái niệm trung bình cộng là tổng các số hạng đã cho chia cho số các số hạng.

Trong thống kê, số trung bình cộng là một thước đo vị trí trung tâm của một tập hợp dữ liệu, được tính bằng cách lấy tổng của tất cả các giá trị trong tập hợp chia cho số lượng giá trị.

Như vậy muốn tính trung bình cộng của các số hạng ta lấy tổng các số hạng đó chia cho số các số hạng.

Công thức: Trung bình cộng của các số hạng = Tổng các số hạng : Số các số hạng.

1.3.2.2. Phương pháp giải bài toán trung bình cộng

Để giải một bài toán tìm số trung bình cộng, ta sẽ thực hiện qua các bước sau:

Bước 1: Xác định các số hạng có trong bài toán.

Bước 2: Tính tổng các số hạng vừa tìm được.

Bước 3: Tính trung bình cộng của các số hạng = Tổng các số hạng : Số các số hạng.

Bước 4: Kết luận.

1.3.2.3. Các dạng bài toán tìm số trung bình cộng ở Tiểu học

Dạng 1: Tìm số trung bình cộng của các số

Ví dụ 1: Tìm trung bình cộng của 2 số 35 và 47.

Bài giải:

Tổng của hai số là

$$35 + 47 = 82.$$

Trung bình cộng của hai số là

$$82 : 2 = 41.$$

Đáp số: 41.

Dạng 2: Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều nhau

Ví dụ 2: Tìm trung bình cộng của các số thuộc dãy số: 1, 2, 3, 4, 5, ..., 101.

Bài giải

Trung bình cộng của các số thuộc dãy số 1, 2, 3, 4, 5, ..., 99 là

$$(1+101):2=51.$$

Đáp số: 51.

Dạng 3: Tìm số hạng khi biết tổng và trung bình cộng

Ví dụ 3: Tổng của các số hạng là 500. Trung bình cộng của chúng là 125. Hỏi tổng đó có bao nhiêu số hạng?

Bài giải

Tổng đó có số số hạng là

$$500 : 125 = 4 \text{ (số hạng).}$$

Đáp số: 4 số hạng.

Dạng 4: Dạng toán ít hơn, nhiều hơn hoặc bằng trung bình cộng

***Dạng toán nhiều hơn trung bình cộng**

Ví dụ 5: Thắng có 30 viên kẹo, Hồng có 15 viên kẹo, Dũng có số viên kẹo nhiều hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 3 viên. Hỏi bạn Dũng có bao nhiêu viên kẹo?

Bài giải:

Hai lần trung bình cộng số viên kẹo của ba bạn là

$$30 + 15 + 3 = 48 \text{ (viên kẹo).}$$

Trung bình cộng số kẹo của ba bạn là

$$48 : 2 = 24 \text{ (viên kẹo).}$$

Số kẹo của Dũng là

$$24 + 3 = 27 \text{ (viên kẹo).}$$

Đáp số: 27 viên kẹo.

****Dạng toán ít hơn trung bình cộng***

Ví dụ 6: Thanh có 8 quyển vở, Bình có 4 quyển vở, Mai có số vở ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 2 quyển. Hỏi Mai có bao nhiêu quyển vở?

Bài giải

Hai lần trung bình cộng số vở của Thanh và Bình là

$$8 + 4 = 12 \text{ (quyển vở).}$$

Số vở trung bình của cả ba bạn là

$$12 : 3 = 4 \text{ (quyển vở).}$$

Số vở của Mai là

$$4 - 2 = 2 \text{ (quyển vở).}$$

Đáp số: 2 quyển vở.

****Dạng toán bằng trung bình cộng***

Ví dụ 4: Hùng có 24 cái bánh, Tú có 28 cái bánh. Khánh có số cái bánh bằng trung bình cộng của 3 bạn. Hỏi Khánh có bao nhiêu cái bánh?

Bài giải

Tổng số bánh của Hùng và Tú là

$$24 + 28 = 52 \text{ (cái bánh).}$$

Số bánh của Khánh là

$$52 : 2 = 26 \text{ (cái bánh).}$$

Đáp số: 26 cái bánh.

KẾT LUẬN CHƯƠNG 1

Việc hệ thống, phân dạng các bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học là một vấn đề có ý nghĩa thiết thực, góp phần nâng cao chất lượng dạy học trong nhà trường Tiểu học. Ở chương 1, đề tài khái quát những vấn đề cơ sở của việc rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học, cụ thể như: kỹ năng giải toán, kỹ năng giải toán số học, rèn luyện và phát triển một số kỹ năng giải toán; Đặc điểm nhận thức của học sinh Tiểu học; Vai trò, vị trí và tầm quan trọng của hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học; Quy trình giải một bài tập toán ở Tiểu học.

Bên cạnh đó, để phân dạng được các bài toán tìm số trung bình cộng trong chương trình toán Tiểu học nói chung và trong chương trình toán lớp 4 nói riêng, đề tài đã đưa ra các cơ sở lý luận sau: Mục tiêu môn Toán Tiểu học; Đặc điểm môn Toán Tiểu học; Bài toán trung bình cộng, số trung bình cộng, Phương pháp giải bài toán trung bình cộng, Các dạng bài toán tìm số trung bình cộng ở Tiểu học. Đó là cơ sở quan trọng để tôi đi sâu nghiên cứu, hệ thống, phân dạng và đưa ra phương pháp giải các bài toán cụ thể ở chương 2 của đề tài.

Chương 2

RÈN KĨ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

2.1. TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CỦA CÁC SỐ

2.1.1. Kiến thức cần lưu ý

Để giải các bài toán tính trung bình cộng của các số đầu tiên ta tìm tổng của tất cả các số đó và số số hạng của tổng sau đó áp dụng công thức để tính trung bình cộng của các số.

2.1.2. Bài toán tìm số trung bình cộng của các số

Ví dụ 1: Tìm số trung bình cộng của các số 3; 5; 7; 9.

Phân tích

Tính tổng của các số đã cho là

$$3 + 5 + 7 + 9 = 24.$$

Số các số đã cho là 4.

Từ đó ta lấy tổng các số chia cho số các số hạng để tìm số trung bình cộng

$$24 : 4 = 6.$$

Bài giải

Tổng của các số đã cho là

$$3 + 5 + 7 + 9 = 24.$$

Số trung bình cộng của các số đã cho là

$$24 : 4 = 6.$$

Đáp số: 6.

Ví dụ 2: Phân xưởng sản xuất trong quý I được 345 sản phẩm, quý II hơn quý I được 24 sản phẩm. Quý III phân xưởng sản xuất có số sản phẩm bằng trung bình cộng hai quý đầu. Quý IV, phân xưởng sản xuất được 449 sản phẩm. Như vậy trung bình mỗi quý phân xưởng sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Phân tích

Do phân xưởng sản xuất trong quý I được 345 sản phẩm, quý II hơn quý I được 24 sản phẩm nên số sản phẩm sản xuất trong quý II là

$$345 + 24 = 369 \text{ (sản phẩm).}$$

Theo đề bài, số sản phẩm sản xuất trong quý I là 345 sản phẩm và số sản phẩm sản xuất trong quý II là 369 sản phẩm. Do đó, số sản phẩm sản xuất trong quý III được tính như sau

$$(345 + 369) : 2 = 357 \text{ (sản phẩm).}$$

Từ số sản phẩm phân xưởng sản xuất trong 4 quý ta tính được trung bình mỗi quý phân xưởng sản xuất được số sản phẩm là

$$(345 + 369 + 357 + 449) : 4 = 380 \text{ (sản phẩm).}$$

Bài giải

Số sản phẩm phân xưởng sản xuất trong quý II là

$$345 + 24 = 369 \text{ (sản phẩm).}$$

Số sản phẩm phân xưởng sản xuất trong quý III là

$$(345 + 369) : 2 = 357 \text{ (sản phẩm).}$$

Trung bình mỗi quý phân xưởng sản xuất được số sản phẩm là

$$(345 + 369 + 357 + 449) : 4 = 380 \text{ (sản phẩm).}$$

Đáp số: 380 sản phẩm.

Ví dụ 3: Một ô tô đi từ A đến B, trong 3 giờ đầu mỗi giờ ô tô đi được 54 km, 4 giờ sau mỗi giờ ô tô đi được 40 km. Hỏi trung bình mỗi giờ ô tô đi được bao nhiêu km?

Phân tích

Do mỗi giờ ô tô đi được 54 km nên số km ô tô đi trong 3 giờ đầu là

$$54 \times 3 = 162 \text{ (km).}$$

Trong 4 giờ sau, mỗi giờ ô tô đi được 40 km. Vậy trong 4 giờ, quãng đường đi được là

$$40 \times 4 = 160 \text{ (km).}$$

Tính tổng thời gian mà ô tô đã đi từ A đến B là

$$3 + 4 = 7 \text{ (giờ).}$$

Từ số quãng đường và thời gian mà ô tô đã đi nên ta tính được trung bình mỗi giờ ô tô đi được số km là

$$(162 + 160) : 7 = 46 \text{ (km).}$$

Bài giải

3 giờ đầu ô tô đi được số km là

$$54 \times 3 = 162 \text{ (km).}$$

4 giờ sau ô tô đi được số km là

$$40 \times 4 = 160 \text{ (km).}$$

Tổng thời gian mà ô tô đã đi từ A đến B là

$$3 + 4 = 7 \text{ (giờ).}$$

Trung bình mỗi giờ ô tô đi được số km là

$$(162 + 160) : 7 = 46 \text{ (km).}$$

Đáp số: 46 km.

Ví dụ 4: An có 5 quyển vở Toán giá 15 000 đồng mỗi quyển, 3 quyển vở Tiếng Anh giá 12 000 đồng mỗi quyển và 2 quyển vở Tiếng Việt giá 10 000 đồng mỗi quyển. Hỏi số tiền trung bình An phải trả cho mỗi quyển vở?

Phân tích

Do An có 5 quyển vở Toán giá 15 000 đồng mỗi quyển nên tổng số tiền An phải trả cho các quyển vở Toán là

$$15\,000 \times 5 = 75\,000 \text{ (đồng).}$$

Do 3 quyển vở Tiếng Anh giá 12 000 đồng mỗi quyển nên tổng số tiền An phải trả cho các quyển vở tiếng Anh là

$$12\,000 \times 3 = 36\,000 \text{ (đồng).}$$

Do 2 quyển vở Tiếng Việt giá 10 000 đồng mỗi quyển nên tổng số tiền An phải trả cho 2 quyển vở Tiếng Việt là

$$10\,000 \times 2 = 20\,000 \text{ (đồng).}$$

Tính tổng số tiền An phải trả cho tất cả các quyển vở

$$75\,000 + 36\,000 + 20\,000 = 131\,000 \text{ (đồng).}$$

Do An có 5 quyển vở Toán, 3 quyển vở Tiếng Anh, 2 quyển vở Tiếng Việt nên tổng số quyển vở An đã mua là

$$5 + 3 + 2 = 10 \text{ (quyển).}$$

Từ tổng số tiền An phải trả cho các quyển vở và tổng số quyển vở An đã mua nên số tiền trung bình An phải trả cho mỗi quyển vở là

$$131\,000 : 10 = 13\,100 \text{ (đồng).}$$

Bài giải

Tổng số tiền An phải trả cho 5 quyển vở Toán là

$$15\,000 \times 5 = 75\,000 \text{ (đồng)}.$$

Tổng số tiền An phải trả cho 3 quyển vở Tiếng Anh là

$$12\,000 \times 3 = 36\,000 \text{ (đồng)}.$$

Tổng số tiền An phải trả cho 2 quyển vở Tiếng Việt là

$$10\,000 \times 2 = 20\,000 \text{ (đồng)}.$$

Tổng số tiền An phải trả cho tất cả các quyển vở là

$$75\,000 + 36\,000 + 20\,000 = 131\,000 \text{ (đồng)}.$$

Tổng số quyển vở An đã mua là

$$5 + 3 + 2 = 10 \text{ (quyển)}.$$

Số tiền trung bình An phải trả cho mỗi quyển vở là

$$131\,000 : 10 = 13\,100 \text{ (đồng)}.$$

Đáp số: 13 100 đồng.

Ví dụ 5: Lần thứ nhất lấy ra 15 lít dầu, lần thứ 2 lấy nhiều hơn lần thứ nhất 9 lít dầu, lần thứ 3 lấy ít hơn tổng 2 lần trước 6 lít dầu. Hỏi trung bình mỗi lần lấy ra bao nhiêu lít dầu?

Phân tích

Do lần thứ 2 lấy nhiều hơn lần thứ nhất 9 lít dầu nên số dầu lấy ra lần thứ 2 là

$$15 + 9 = 24 \text{ (lít)}.$$

Theo đề bài tổng số lít dầu lần 1 và lần 2 lấy ra là

$$15 + 24 = 39 \text{ (lít)}.$$

Do lần thứ 3 lấy ít hơn tổng 2 lần trước 6 lít dầu nên số lít dầu lấy ra lần thứ 3

$$39 - 6 = 33 \text{ (lít)}.$$

Từ đó ta tính được trung bình mỗi lần lấy ra được số lít dầu là

$$(15 + 24 + 33) : 3 = 24 \text{ (lít)}.$$

Bài giải

Số dầu lấy ra lần thứ 2 là

$$15 + 9 = 24 \text{ (lít)}.$$

Tổng số lít dầu lần 1 và lần 2 lấy ra là

$$15 + 24 = 39 \text{ (lít)}.$$

Số lít dầu lấy ra lần thứ 3 là

$$39 - 6 = 33 \text{ (lít)}.$$

Trung bình mỗi lần lấy ra được

$$(15 + 24 + 33) : 3 = 24 \text{ (lít)}.$$

Đáp số: 24 lít.

Ví dụ 6: Một cửa hàng bán gạo, ngày thứ nhất bán được 12 yến gạo, ngày thứ 2 bán được 9 yến gạo, ngày thứ 3 bán được nhiều hơn ngày đầu 3 yến gạo. Hỏi trung bình mỗi ngày cửa hàng bán được bao nhiêu yến gạo?

Phân tích

Do ngày thứ 3 bán được nhiều hơn ngày đầu 3 yến gạo nên số gạo của hàng bán được ngày thứ 3 là

$$12 + 3 = 15 \text{ (yến)}.$$

Từ đó ta tính được trung bình mỗi ngày cửa hàng bán được số yến gạo như sau

$$36 : 3 = 12 \text{ (yến)}.$$

Bài giải

Số gạo của hàng bán được ngày thứ 3 là

$$12 + 3 = 15 \text{ (yến)}.$$

Số gạo bán được cả 3 ngày là

$$12 + 9 + 15 = 36 \text{ (yến)}.$$

Trung bình mỗi ngày cửa hàng bán được số yến gạo là

$$36 : 3 = 12 \text{ (yến)}.$$

Đáp số: 12 yến.

Ví dụ 7: Nhà bạn An thu hoạch được 75 kg lạc. Nhà bạn Ngọc thu được nhiều hơn nhà bạn An 10 kg lạc. Nhà bạn Huệ thu được nhiều hơn trung bình cộng của nhà An và Ngọc là 15 kg lạc. Hỏi mỗi nhà thu hoạch trung bình được bao nhiêu kg lạc?

Phân tích

Do Nhà bạn An thu hoạch được 75 kg lạc. Nhà bạn Ngọc thu được nhiều hơn nhà bạn An 10 kg lạc nên số kg lạc nhà bạn Ngọc thu hoạch được là

$$75+10=85 \text{ (kg)}.$$

Do nhà An thu hoạch được 75 kg lạc và Ngọc thu hoạch được 85 kg lạc nên tổng số kg lạc nhà An và Ngọc thu hoạch là

$$75+85=160 \text{ (kg)}.$$

Từ đó ta tính ra trung bình số kg lạc nhà bạn An và Ngọc thu hoạch được là

$$160 : 2 = 80 \text{ (kg)}.$$

Do nhà bạn Huệ thu được nhiều hơn trung bình cộng của An và Ngọc là 15 kg lạc. Nên số kg lạc mà nhà Huệ thu hoạch là

$$80 + 15 = 95 \text{ (kg)}.$$

Từ đây ta tính được số kg lạc trung bình mỗi nhà thu hoạch được

$$(75+85+95) : 3 = 255 : 3 = 85 \text{ (kg)}.$$

Bài giải

Số kg lạc nhà bạn Ngọc thu hoạch được là

$$75+10=85 \text{ (kg)}.$$

Tổng số kg nhà An và Ngọc thu hoạch là

$$75+85=160 \text{ (kg)}.$$

Trung bình nhà bạn An và Ngọc thu hoạch được số kg lạc là

$$160 : 2 = 80 \text{ (kg)}.$$

Số kg lạc nhà bạn Huệ thu hoạch được là

$$80 + 15 = 95 \text{ (kg)}.$$

Trung bình mỗi nhà thu hoạch được số kg lạc là

$$(75+85+95) : 3 = 85 \text{ (kg)}.$$

Đáp số: 85 kg.

Ví dụ 8: An có 36 viên bi. Bình có số bi bằng $\frac{3}{4}$ số bi của An. Hoà có số bi bằng $\frac{2}{3}$ tổng số bi của 2 bạn. Hỏi trung bình mỗi bạn có bao nhiêu viên bi?

Phân tích

Do An có 36 viên bi. Bình có số bi bằng $\frac{3}{4}$ số bi của An. Nên số bi của Bình là

$$36 \times \frac{3}{4} = 27 \text{ (viên bi).}$$

Do An có 36 viên bi, Bình có số bi là 27 nên tổng số bi của hai bạn là
 $27 + 36 = 63$ (viên bi).

Do Hoà có số bi bằng $\frac{2}{3}$ tổng số bi của 2 bạn nên số bi của Hoà là

$$63 \times \frac{2}{3} = 42 \text{ (viên bi).}$$

Từ đó ta tính được trung bình cộng số bi của mỗi bạn là
 $(36 + 27 + 42) : 3 = 35$ (viên bi).

Bài giải

Số bi của Bình là

$$36 \times \frac{3}{4} = 27 \text{ (viên bi).}$$

Tổng số bi của 2 bạn là

$$27 + 36 = 63 \text{ (viên bi).}$$

Số bi của Hoà là

$$63 \times \frac{2}{3} = 42 \text{ (viên bi).}$$

Trung bình cộng số bi của mỗi bạn là

$$(36 + 27 + 42) : 3 = 35 \text{ (viên bi).}$$

Đáp số: 35 viên bi.

Ví dụ 9: Một cửa hàng ngày đầu bán hết 15 tạ gạo, ngày thứ hai bán gấp 3 lần ngày đầu, ngày thứ ba bán bằng $\frac{2}{3}$ số gạo ngày thứ hai. Hỏi trung bình mỗi ngày cửa hàng đó bán được bao nhiêu kg gạo?

Phân tích

Đổi 15 tạ = 1 500 kg.

Do một cửa hàng ngày đầu bán hết 15 tạ gạo, ngày thứ hai bán gấp 3 lần ngày đầu nên ngày thứ hai cửa hàng bán được số gạo là

$$1500 \times 3 = 4500 \text{ (kg).}$$

Do ngày thứ ba bán bằng $\frac{2}{3}$ số gạo ngày thứ hai nên Ngày thứ ba cửa hàng bán được số gạo là

$$4500 \times \frac{2}{3} = 3000 \text{ (kg)}.$$

Để tính trung bình mỗi ngày cửa hàng đó bán được bao nhiêu kg gạo ta chia tổng số tạ gạo cho 3 ngày

$$(1500 + 4500 + 3000) : 3 = 3000 \text{ (kg)}.$$

Bài giải

Đổi 15 tạ = 1 500 kg

Ngày thứ hai cửa hàng bán được số gạo là

$$1500 \times 3 = 4500 \text{ (kg)}.$$

Ngày thứ ba cửa hàng bán được số gạo là

$$4500 \times \frac{2}{3} = 3000 \text{ (kg)}.$$

Trung bình mỗi ngày bán được số kg gạo là

$$(1500 + 4500 + 3000) : 3 = 3000 \text{ (kg)}.$$

Đáp số: 3 000 kg.

Ví dụ 10: Bác An đi ô tô từ Hà Nội về quê. Nửa quãng đường đầu xe chạy với vận tốc 60 km/giờ, nửa quãng đường sau xe chạy với vận tốc 40 km/giờ. Tính vận tốc trung bình của ô tô chạy trên quãng đường đó.

Phân tích

Do Bác An đi ô tô từ Hà Nội về quê. Nửa quãng đường đầu xe chạy với vận tốc 60 km/giờ nên trên nửa quãng đường đầu, thời gian để xe chạy được 1km là

$$1 : 60 = \frac{1}{60} \text{ (giờ)}.$$

Do nửa quãng đường sau xe chạy với vận tốc 40 km/giờ nên trên nửa quãng đường sau, thời gian để xe chạy được 1km là

$$1 : 40 = \frac{1}{40} \text{ (giờ)}.$$

Từ đó ta tính được thời gian trung bình để xe chạy được 2 km trên cả quãng đường đó là

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{5}{120} \text{ (giờ)}.$$

Như vậy vận tốc trung bình của xe chạy trên cả quãng đường là

$$2 : \frac{5}{120} = 48 \text{ (km/giờ)}.$$

Bài giải

Trên nửa quãng đường đầu, thời gian để xe chạy được 1km là

$$1 : 60 = \frac{1}{60} \text{ (giờ)}.$$

Trên nửa quãng đường sau, thời gian để xe chạy được 1km là

$$1 : 40 = \frac{1}{40} \text{ (giờ)}.$$

Thời gian trung bình để xe chạy được 2 km trên cả quãng đường đó là

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{5}{120} \text{ (giờ)}.$$

Vận tốc trung bình của xe chạy trên cả quãng đường là

$$2 : \frac{5}{120} = 48 \text{ (km/giờ)}.$$

Đáp số: 48 km/giờ.

2.1.3. Bài tập đề xuất

Bài 1: Tìm trung bình cộng của 2 số 35 và 47.

Bài 2: Tìm trung bình cộng của 3 số 12, 45, 54.

Bài 3: Tìm số trung bình cộng của các số 4; 6; 8; 10; 12.

Bài 4: Tìm số trung bình cộng của các số sau

a) 42 và 52.

b) 36; 42 và 57.

c) 34; 43; 52 và 39.

d) 20; 35; 37; 65 và 73.

Bài 5: Tìm số trung bình cộng của các số sau

a) 137; 248 và 390.

b) 348; 219; 560 và 725.

Bài 6: Ba mẹ mua sữa cho bé hàng tháng trong 5 tháng. Số tiền mua sữa mỗi tháng lần lượt là 500 000 đồng, 520 000 đồng, 480 000 đồng, 510 000 đồng và 530 000 đồng. Hỏi trung bình mỗi tháng ba mẹ tiêu bao nhiêu tiền mua sữa?

Bài 7: Một cửa hàng có 4 loại táo xanh, táo đỏ, táo vàng và táo tím. Giá của mỗi loại táo lần lượt là 20 000 đồng, 25 000 đồng, 30 000 đồng và 35 000 đồng. Tìm số trung bình cộng giá tiền của các loại táo.

Bài 8: Một lớp học có 30 học sinh. Trong đó, có 15 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Tìm số trung bình cộng số học sinh nam và nữ trong lớp.

Bài 9: Tổ Một góp được 36 quyển vở. Tổ Hai góp được nhiều hơn tổ Một 2 quyển nhưng lại ít hơn tổ Ba 2 quyển. Hỏi trung bình mỗi tổ góp được bao nhiêu quyển vở?

Bài 10: Khối Bốn của một trường Tiểu học có 4 lớp, trong đó lớp 4A có 30 học sinh, lớp 4B có 32 học sinh, lớp 4C có 35 học sinh, lớp 4D có số học sinh bằng trung bình cộng số học sinh của ba lớp 4A, 4B và 4C. Hỏi trung bình mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Bài 11: Ngày Chủ nhật xanh, trường em tham gia vệ sinh môi trường. Khối lớp bốn thu gom vỏ hộp để tái chế. Các lớp 4A, 4B, 4C và 4D lần lượt thu được 238, 252, 241 và 289 vỏ hộp. Hỏi trung bình mỗi lớp thu được bao nhiêu vỏ hộp?

Bài 12: Trong 55 năm liên số dân của một phường tăng lần lượt là 158 người, 147 người, 132 người, 103 người, 95 người. Hỏi trong 55 năm đó, trung bình số dân tăng hằng năm là bao nhiêu?

Bài 13: Một cửa hàng bán 3 loại táo với giá bán như sau

Loại 1: 25 000 đồng/kg

Loại 2: 30 000 đồng/kg

Loại 3: 35 000 đồng/kg

Cửa hàng đã bán được 5 kg táo loại 1, 4 kg táo loại 2 và 3 kg táo loại 3. Hỏi giá bán trung bình của 1 kg táo là bao nhiêu?

Bài 14: Một nhà máy sản xuất ra số lượng sản phẩm trong 7 ngày lần lượt là 200, 220, 210, 230, 240, 250 và 260 sản phẩm. Hỏi trung bình mỗi ngày nhà máy sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 15: Gia đình An đi du lịch trong 6 ngày. Số tiền tiêu hàng ngày lần lượt là 200 000 đồng, 250 000 đồng, 300 000 đồng, 150 000 đồng, 180 000 đồng và 220 000 đồng. Hỏi trung bình mỗi ngày gia đình An tiêu bao nhiêu tiền?

Bài 16: Một lớp học có 5 học sinh. Điểm thi toán của các em lần lượt là 78, 82, 85, 90 và 95. Hỏi trung bình cộng điểm thi toán của cả lớp là bao nhiêu?

Bài 17: Trong 8 ngày liên tiếp, một hộ gia đình đo nhiệt độ môi trường và ghi nhận được các giá trị lần lượt là 25°C , 26°C , 28°C , 30°C , 29°C , 27°C , 25°C và 24°C . Hỏi trung bình cộng nhiệt độ môi trường trong 8 ngày?

Bài 18: Trong 5 tháng qua, số lượng khách hàng của một cửa hàng tăng dần từ 100, 120, 140, 160 đến 180 khách hàng. Hỏi trung bình cộng số lượng khách hàng tăng mỗi tháng?

Bài 19: Một đội xe chở hàng, 2 xe đầu mỗi xe chở được 35 tạ hàng, 3 xe sau mỗi xe chở được 45 tạ hàng. Hỏi trung bình mỗi xe chở được bao nhiêu tạ hàng?

Bài 20: Một xí nghiệp, 3 tháng đầu sản xuất được 3 427 xe đạp, 2 tháng sau sản xuất được 2 343 xe đạp. Hỏi trung bình mỗi tháng xí nghiệp đó sản xuất được bao nhiêu xe đạp?

Bài 21: Hồng và Thu trồng cây ở vườn trường. Ngày đầu 2 bạn trồng được 24 cây, ngày sau trồng được 32 cây. Hỏi trung bình mỗi ngày, một bạn trồng được bao nhiêu cây?

Bài 22: Một con gà và một con vịt nặng tất cả là 5 kg, con gà đó và một con ngỗng nặng tất cả là 9 kg, con ngỗng đó và con vịt đó nặng tất cả 10kg. Hỏi trung bình mỗi con nặng bao nhiêu kg?

2.2. TÌM SỐ TRUNG BÌNH CỘNG CỦA CÁC SỐ LIÊN TIẾP CÁCH ĐỀU NHAU

2.2.1. Kiến thức cần lưu ý

Dãy số cách đều là một dãy số trong đó mỗi số hạng cách đều số hạng liền trước nó một khoảng cách cố định. Khoảng cách cố định này được gọi là hiệu số hoặc công sai.

Công thức: Trung bình cộng của dãy số cách đều = (số đầu + số cuối) : 2

Lưu ý:

- Tổng các số hạng bằng trung bình cộng nhân với số số hạng.
- Trung bình cộng của một số lẻ các số cách đều nhau chính là số ở chính giữa.

2.2.2. Bài toán tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều nhau

Ví dụ 1: Tính trung bình cộng của các số liên tiếp từ 100 đến 110.

Phân tích

Theo đề bài ta xác định các phần tử của các số liên tiếp từ 100 đến 110 là

100, 101, 102, ..., 109, 110.

Từ đó ta tính được trung bình cộng của các số liên tiếp từ 100 đến 110 là

$$(100 + 110) : 2 = 105.$$

Bài giải

Ta có các số liên tiếp từ 100 đến 110 là

$$100, 101, 102, \dots, 109, 110.$$

Trung bình cộng của dãy số từ 100 đến 110:

$$(100 + 110) : 2 = 105.$$

Đáp số: 105.

Ví dụ 2: Trung bình cộng của tất cả các số có hai chữ số và đều chia hết cho 4. Tính trung bình cộng của dãy số đó.

Phân tích

Do trung bình cộng của tất cả các số có hai chữ số và đều chia hết cho 4 nên ta có dãy số có hai chữ số và chia hết cho 4 là

$$12, 16, 20, \dots, 92, 96.$$

Từ đó ta tìm được trung bình cộng của dãy số

$$(12 + 96) : 2 = 54.$$

Bài giải

Ta có dãy số có hai chữ số và chia hết cho 4 là

$$12, 16, 20, \dots, 92, 96.$$

Trung bình cộng của dãy số là

$$(12 + 96) : 2 = 54.$$

Đáp số: 54.

Ví dụ 3: Tìm trung bình cộng của các số thuộc dãy số: 1, 2, 3, 4, 5, ..., 99.

Phân tích

Do dãy các số 1, 2, 3, 4, 5 ... 99 là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 1 ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(1 + 99) : 2 = 50.$$

Bài giải

Trung bình cộng của các số thuộc dãy số 1, 2, 3, 4, 5, ..., 99 là

$$(1 + 99) : 2 = 50.$$

Đáp số: 50.

Ví dụ 4: Tìm trung bình cộng của tất cả các số thuộc dãy số: 1, 3, 5, 7, 9, ..., 199.

Phân tích

Do dãy các số 1, 3, 5, 7, 9, ..., 199 là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 2 ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(1 + 199) : 2 = 100.$$

Bài giải

Trung bình cộng của tất cả các số thuộc dãy số 1, 3, 5, 7, 9, ..., 199 là

$$(1 + 199) : 2 = 100.$$

Đáp số: 100.

Ví dụ 5: Tính trung bình cộng của các số trong dãy: 10, 20, 30,..., 240.

Phân tích

Do dãy các số 10, 20, 30,..., 240 là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 10 ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(10 + 240) : 2 = 125.$$

Bài giải

Trung bình cộng của tất cả các số thuộc dãy số 10, 20, 30,..., 240 là

$$(10 + 240) : 2 = 125.$$

Đáp số: 125.

Ví dụ 6: Trung bình cộng của các số có hai chữ số lớn hơn 90.

Phân tích

Các số có hai chữ số lớn hơn 90 là 91, 92, 93,...,99 là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 1 ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(91 + 99) : 2 = 95.$$

Bài giải

Ta có các số hai chữ số lớn hơn 90 là

$$91, 92, 93, \dots, 99.$$

Trung bình cộng của các số có hai chữ số lớn hơn 90 là

$$(91 + 99) : 2 = 95.$$

Đáp số: 95.

Ví dụ 7: Cho dãy số 3, 7, 11, 15, 19, 23. Tính trung bình cộng của các số trong dãy.

Phân tích

Do dãy các số 3, 7, 11, 15, 19, 23 là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 4 ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(3 + 23) : 2 = 12.$$

Bài giải

Trung bình cộng của các số trong dãy số trên là

$$(3 + 23) : 2 = 12.$$

Đáp số: 12.

Ví dụ 8: Tìm trung bình cộng của các số lẻ nhỏ hơn 2 019.

Phân tích

Các số lẻ nhỏ hơn 2 019 là 1, 2, 3,..., 2 015, 2 016, 2 017 là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 2 nên ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(1 + 2 017) : 2 = 1 009.$$

Bài giải

Ta có các số lẻ nhỏ hơn 2 019 là

$$1, 2, 3, \dots, 2 015, 2 016, 2 017.$$

Trung bình cộng của các số lẻ nhỏ hơn 2 019 là

$$(1 + 2 017) : 2 = 1 009.$$

Đáp số: 1 009.

Ví dụ 9: Tìm trung bình cộng của các số chẵn từ 2 đến 1 000.

Phân tích

Các số chẵn từ 2 đến 1 000 là 2, 4, 6, 8,..., 998, 1 000 đây là số cách đều với khoảng cách của hai số hạng liên tiếp là 2 nên ta áp dụng công thức tính trung bình cộng của dãy cách đều

$$(2 + 1 000) : 2 = 501.$$

Bài giải

Ta có các số chẵn từ 2 đến 1 000 là

$$2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1 000.$$

Trung bình cộng của các số chẵn từ 2 đến 1 000 là

$$(2 + 1 000) : 2 = 501.$$

Đáp số: 501.

2.2.3. Bài tập đề xuất

Bài 1: Tìm trung bình cộng của dãy số 3, 7, 11, 15, 19, ..., 2 015

- Bài 2:** Tìm trung bình cộng của các dãy số sau: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 99, 100, 101.
- Bài 3:** Tìm trung bình cộng của tất cả các số thuộc dãy số: 1, 3, 5, 7, 9, ..., 199
- Bài 4:** Tìm trung bình cộng của dãy số: 4, 8, 12, 16, ..., 2 004.
- Bài 5:** Tìm trung bình cộng của dãy số: 5, 10, 15, 20, ..., 5 000.
- Bài 6:** Tìm trung bình cộng của dãy số: 2, 5, 8, 11, ..., 200.
- Bài 7:** Tính trung bình cộng của các số trong dãy 10, 20, 30, 40, ..., 260.
- Bài 8:** Tìm số trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều nhau từ 40 đến 90.
- Bài 9:** Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều 3 đơn vị từ 20 đến 50.
- Bài 10:** Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều 5 đơn vị từ 10 đến 60.
- Bài 11:** Tìm trung bình cộng của các số liên tiếp từ 25 đến 75.
- Bài 12:** Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều 4 đơn vị từ 8 đến 40.
- Bài 13:** Tìm trung bình cộng của các số liên tiếp từ 100 đến 200.
- Bài 14:** Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều 6 đơn vị từ 5 đến 65.
- Bài 15:** Tìm trung bình cộng của các số liên tiếp từ 30 đến 80.
- Bài 16:** Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều 2 đơn vị từ 15 đến 35.
- Bài 17:** Tìm trung bình cộng của các số liên tiếp từ 50 đến 100.
- Bài 18:** Tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều 7 đơn vị từ 3 đến 73.
- Bài 19:** Tìm trung bình cộng của các số liên tiếp từ 60 đến 120.
- Bài 20:** Tìm trung bình cộng của các số chẵn nhỏ hơn 1 000.
- Bài 21:** Tìm trung bình cộng của các số nguyên dương nhỏ hơn 500.
- Bài 22:** Tìm trung bình cộng của các số lẻ từ 1 đến 999.
- Bài 23:** Tìm trung bình cộng của các số chẵn từ 2 đến 1 000.
- Bài 24:** Tìm trung bình cộng của các số nguyên dương chia hết cho 3 nhỏ hơn 1 000.
- Bài 25:** Tìm trung bình cộng của các số lẻ từ 1 đến 2 019.
- Bài 26:** Tìm trung bình cộng của các số chẵn nhỏ hơn 2 020.
- Bài 27:** Tìm trung bình cộng của các số nguyên dương nhỏ hơn 100.

Bài 28: Tìm trung bình cộng của các số lẻ từ 1 đến 100.

Bài 30: Tìm trung bình cộng của các số chẵn từ 2 đến 200.

2.3. TÌM SỐ SỐ HẠNG KHI BIẾT TỔNG VÀ TRUNG BÌNH CỘNG

2.3.1. Bài toán tìm số hạng khi biết tổng và trung bình cộng

Ví dụ 1: Trung bình cộng của hai số là 45, biết số thứ hai là 60. Tìm số thứ nhất.

Phân tích

Do trung bình cộng của hai số là 45 nên tổng của 2 số đó là

$$45 \times 2 = 90.$$

Do tổng của 2 số đó là 90 và số thứ hai là 60 nên số thứ nhất là

$$90 - 60 = 30.$$

Bài giải

Tổng của hai số đó là

$$45 \times 2 = 90.$$

Số thứ nhất là

$$90 - 60 = 30.$$

Đáp số: 30.

Ví dụ 2: Trung bình cộng của 3 số bằng 24. Nếu tăng số thứ nhất gấp 2 lần thì trung bình cộng của chúng bằng 28. Nếu tăng số thứ hai gấp 3 lần thì trung bình cộng của chúng bằng 36. Tìm ba số đó.

Phân tích

Do trung bình cộng của 3 số bằng 24 nên tổng của ba số cần tìm là

$$24 \times 3 = 72.$$

Theo đề bài nếu tăng số thứ nhất gấp 2 lần thì trung bình cộng của chúng bằng 28 thì tổng của hai lần số thứ nhất với số thứ hai và thứ ba là

$$28 \times 3 = 84.$$

Từ đó ta tìm được số thứ nhất là

$$84 - 72 = 12.$$

Theo đề bài Nếu tăng số thứ hai gấp 3 lần thì trung bình cộng của chúng bằng 36 thì tổng ba lần số thứ hai với số thứ nhất và số thứ ba là

$$36 \times 3 = 108.$$

Từ đó ta tìm được số thứ hai và số thứ ba như sau

Số thứ hai là

$$(108 - 72) : 2 = 18.$$

Số thứ ba là

$$72 - 12 - 18 = 42.$$

Bài giải

Tổng của ba số cần tìm là

$$24 \times 3 = 72.$$

Tổng của hai lần số thứ nhất với số thứ hai và thứ ba là

$$28 \times 3 = 84.$$

Số thứ nhất là

$$84 - 72 = 12.$$

Tổng ba lần số thứ hai với số thứ nhất và số thứ ba là

$$36 \times 3 = 108.$$

Số thứ hai là

$$(108 - 72) : 2 = 18.$$

Số thứ ba là

$$72 - 12 - 18 = 42.$$

Vậy ba số cần tìm là 12, 18 và 42.

Ví dụ 3: Tìm ba số tự nhiên, biết hai số liền nhau hơn kém nhau 70 đơn vị và trung bình cộng của ba số đó là 140?

Phân tích

Do trung bình cộng của ba số là 140 mà hai số liền nhau hơn kém nhau 70 đơn vị nên trung bình cộng của ba số đó bằng số thứ hai. Nên số thứ hai là 140.

Do hai số liền nhau hơn kém nhau 70 đơn vị nên số thứ nhất là

$$140 - 70 = 70.$$

Từ đó ta tìm được số thứ ba là

$$140 + 70 = 210.$$

Bài giải

Trung bình cộng của ba số là 140 mà hai số liên nhau hơn kém nhau 70 đơn vị nên trung bình cộng của ba số đó bằng số thứ hai. Nên số thứ hai là 140.

Số thứ nhất là

$$140 - 70 = 70.$$

Số thứ ba là

$$140 + 70 = 210.$$

Đáp số: Số thứ nhất 70;

Số thứ hai 140;

Số thứ ba 210.

Ví dụ 4: Cho 10 số lẻ liên tiếp, biết rằng trung bình cộng của chúng là 260. Tìm số lớn nhất trong dãy số đó.

Phân tích

10 số lẻ liên tiếp là 1; 3; 5; 7; 9.

Do trung bình cộng của chúng là 260 nên tổng của chúng là

$$260 \times 10 = 2\,600$$

Từ đó ta tìm được số lớn nhất là

$$2\,600 : (9 + 1) = 260.$$

Bài giải

Ta có các số lẻ liên tiếp là 1; 3; 5; 7; 9.

Tổng của chúng là

$$260 \times 10 = 2\,600.$$

Số lớn nhất là

$$2\,600 : (9 + 1) = 260.$$

Đáp số: 260.

Ví dụ 5: Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ hai là 39. Trung bình cộng của số thứ hai và số thứ ba là 30. Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ ba là 36. Tìm ba số đó?

Phân tích

Do trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ hai là 39 nên tổng số thứ nhất và số thứ hai là

$$39 \times 2 = 78.$$

Do trung bình cộng của số thứ hai và số thứ ba là 30 nên tổng số thứ hai và số thứ ba là

$$30 \times 2 = 60.$$

Do trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ ba là 36 nên tổng số thứ nhất và số thứ ba là

$$36 \times 2 = 72.$$

Từ đó ta tính được hai lần tổng của ba số là

$$78 + 60 + 72 = 210.$$

Tính tổng của ba số

$$210 : 2 = 105.$$

Tìm 3 số đó như sau

Số thứ nhất là

$$105 - 60 = 45.$$

Số thứ hai là

$$105 - 72 = 33.$$

Số thứ ba là

$$105 - 78 = 27.$$

Bài giải

Tổng số thứ nhất và số thứ hai là

$$39 \times 2 = 78.$$

Tổng số thứ hai và số thứ ba là

$$30 \times 2 = 60.$$

Tổng số thứ nhất và số thứ ba là

$$36 \times 2 = 72.$$

Hai lần tổng của ba số là

$$78 + 60 + 72 = 210.$$

Tổng của ba số là

$$210 : 2 = 105.$$

Số thứ nhất là

$$105 - 60 = 45.$$

Số thứ hai là

$$105 - 72 = 33.$$

Số thứ ba là

$$105 - 78 = 27.$$

Đáp số: Số thứ nhất 45;

Số thứ hai 33;

Số thứ ba 27.

Ví dụ 6: Dãy số gồm các số chẵn liên tiếp biết rằng trung bình cộng của các số đó bằng 20 và số cuối hơn số đầu 16 đơn vị. Tìm số đầu và số cuối.

Phân tích

Do dãy số gồm các số chẵn liên tiếp biết rằng trung bình cộng của các số đó bằng 20 nên tổng của số cuối và số đầu là

$$20 \times 2 = 40.$$

Theo đề bài số đầu hơn số cuối 16 đơn vị nên số đầu là

$$(40 - 16) : 2 = 12.$$

Từ đó ta tính được số cuối

$$12 + 16 = 28.$$

Bài giải

Tổng của số cuối và số đầu là

$$20 \times 2 = 40.$$

Ta có số cuối hơn số đầu là 16 đơn vị.

Số đầu là

$$(40 - 16) : 2 = 12.$$

Số cuối là

$$12 + 16 = 28.$$

Đáp số: Số đầu 12;

Số cuối 28.

Ví dụ 7: Tổng số điểm trung bình kì thi cuối kì II của lớp 4E là 875 điểm. Biết rằng tổng số điểm trung bình của cả lớp là 25 điểm. Hỏi lớp 4E có bao nhiêu học sinh?

Phân tích

Do tổng số điểm trung bình kì thi cuối kì II của lớp 4E là 875 điểm và tổng số điểm trung bình của cả lớp là 25 điểm. Nên số học sinh lớp 4E là

$$875 : 25 = 35 \text{ (học sinh).}$$

Bài giải

Lớp 4E có số học sinh là

$$875 : 25 = 35 \text{ (học sinh).}$$

Đáp số: 35 học sinh.

2.3.2. Bài tập đề xuất

Bài 1: Trung bình cộng của 2 số là 45, biết một trong hai số bằng 20. Tìm số còn lại.

Bài 2: Tìm dãy số gồm các số lẻ liên tiếp có 6 số hạng, biết rằng trung bình cộng của các số đó bằng 30 và số cuối hơn số đầu 12 đơn vị.

Bài 3: Tìm dãy số gồm các số lẻ liên tiếp biết rằng trung bình cộng của các số đó bằng 25 và số cuối hơn số đầu 18 đơn vị.

Bài 4: Tìm dãy số gồm các số lẻ liên tiếp có 5 số hạng, biết rằng trung bình cộng của các số đó bằng 28 và số cuối hơn số đầu 10 đơn vị.

Bài 5: Một dãy phố có 15 nhà. Số nhà của 15 nhà đó được đánh là các số lẻ liên tiếp, biết tổng của 15 số nhà của dãy phố đó bằng 915. Hãy cho biết số nhà đầu tiên của dãy phố đó là số nào?

Bài 6: Trung bình cộng của 2 số là 39. Nếu viết thêm chữ số 7 vào bên trái số thứ nhất thì được số thứ hai. Tìm hai số đó.

Bài 7: Trung bình cộng của 2 số là 15. Biết một số là 19. Tìm số còn lại?

Bài 8: Cho 3 phân số. Biết trung bình cộng của chúng bằng $\frac{7}{6}$. Nếu tăng số

thứ nhất lên 2 lần, thì trung bình cộng của chúng sẽ bằng $\frac{41}{30}$. Nếu tăng số thứ

hai lên 2 lần, thì trung bình cộng của chúng bằng $\frac{13}{9}$. Tìm 3 phân số đã cho.

Bài 9: Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ hai là 42. Trung bình cộng của số thứ hai và số thứ ba là 35. Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ ba là 38. Tìm ba số đó?

Bài 10: Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ hai là 50. Trung bình cộng của số thứ hai và số thứ ba là 45. Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ ba là 48. Tìm ba số đó?

Bài 11: Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ hai là 28. Trung bình cộng của số thứ hai và số thứ ba là 33. Trung bình cộng của số thứ nhất và số thứ ba là 31. Tìm ba số đó?

Bài 12: Trung bình cộng của hai số là 35, biết số thứ hai là 50. Tìm số thứ nhất.

Bài 13: Trung bình cộng của hai số là 55, biết số thứ hai là 70. Tìm số thứ nhất.

Bài 14: Một dãy số có tổng là 210 và trung bình cộng là 42. Hỏi dãy đó có bao nhiêu số hạng?

Bài 15: Tổng của các số trong một dãy là 560 và trung bình cộng của chúng là 80. Hỏi dãy số có bao nhiêu số hạng?

Bài 16: Một dãy số gồm các số lẻ liên tiếp có trung bình cộng là 25 và số cuối hơn số đầu 24 đơn vị. Tìm số đầu và số cuối.

Bài 17: Một dãy số gồm các số chẵn liên tiếp có trung bình cộng là 18 và số cuối hơn số đầu 12 đơn vị. Tìm số đầu và số cuối.

2.4. BÀI TOÁN ÍT HƠN, NHIỀU HƠN HOẶC BẰNG TRUNG BÌNH CỘNG.

2.4.1 Bài toán ít hơn, nhiều hơn hoặc bằng trung bình cộng.

a) Dạng toán nhiều hơn trung bình cộng.

Ví dụ 1: Minh có 30 viên bi, Hoa có 15 viên bi, Hà có số viên bi nhiều hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 3 viên. Hỏi bạn Hà có bao nhiêu viên bi?

Phân tích

Do Minh có 30 viên bi, Hoa có 15 viên bi, Hà có số viên bi nhiều hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 3 viên. Nên 2 lần trung bình cộng số viên bi của ba bạn

$$30 + 15 + 3 = 48 \text{ (viên bi).}$$

Từ đây ta có thể tính trung bình cộng số bi của ba bạn

$$48 : 2 = 24 \text{ (viên bi).}$$

Do Hà có số viên bi nhiều hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 3 viên nên số bi của Hà

$$24+3=27 \text{ (viên bi).}$$

Bài giải:

Hai lần trung bình cộng số viên bi của ba bạn là

$$30+15+3=48 \text{ (viên bi).}$$

Trung bình cộng số bi của ba bạn là

$$48 : 2 = 24 \text{ (viên bi).}$$

Số bi của Hà là

$$24+3=27 \text{ (viên bi).}$$

Đáp số: 27 viên bi.

Ví dụ 2: Lan có 30 viên kẹo, Bình có 12 viên kẹo. Hoa có số viên kẹo nhiều hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 4 viên. Hỏi Hoa có bao nhiêu viên kẹo?

Phân tích

Do Lan có 30 viên kẹo, Bình có 12 viên kẹo nên số kẹo của hai bạn là

$$30+12=42 \text{ (cái kẹo).}$$

Do Hoa có số viên kẹo nhiều hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 4 viên nên trung bình cộng số kẹo của ba bạn

$$(42+4) : 2 = 23 \text{ (cái kẹo).}$$

Từ đó ta tính được Hoa có số viên kẹo là

$$23+4=27 \text{ (cái kẹo).}$$

Bài giải

Số kẹo của Lan và Bình là

$$30+12=42 \text{ (cái kẹo).}$$

Trung bình cộng số kẹo của ba bạn là

$$(42+4):2=23 \text{ (cái kẹo).}$$

Số kẹo của Hoa là

$$23+4=27 \text{ (cái kẹo).}$$

Đáp số: 27 cái kẹo.

Ví dụ 3: Hồng có 20 nhãn vở. Hoa có số nhãn vở bằng $\frac{1}{2}$ số nhãn vở của Hồng. Huệ có số nhãn vở nhiều hơn mức trung bình của 3 bạn là 6 nhãn vở. Tính số nhãn vở của Huệ.

Phân tích

Do Hồng có 20 nhãn vở. Hoa có số nhãn vở bằng $\frac{1}{2}$ số nhãn vở của Hồng nên Hoa có số nhãn vở là

$$20 : 2 = 10 \text{ (nhãn vở).}$$

Do hồng có 20 nhãn vở và hoa có 10 nhãn vở nên tổng số nhãn vở của Hồng và Hoa là

$$20+10=30 \text{ (nhãn vở).}$$

Huệ có số nhãn vở nhiều hơn mức trung bình của 3 bạn là 6 nhãn vở trung bình cộng số nhãn vở của 3 bạn là

$$(30 + 6) : 2 = 18 \text{ (nhãn vở).}$$

Từ đó ta tính được Huệ có số nhãn vở là

$$18+6=24 \text{ (nhãn vở).}$$

Bài giải

Hoa có số nhãn vở là

$$20 : 2 = 10 \text{ (nhãn vở).}$$

Tổng số nhãn vở của Hồng và Hoa là

$$20+10=30 \text{ (nhãn vở).}$$

Trung bình cộng số nhãn vở của 3 bạn là

$$(30 + 6) : 2 = 18 \text{ (nhãn vở).}$$

Huệ có số nhãn vở là

$$18+6=24 \text{ (nhãn vở).}$$

Đáp số: 24 nhãn vở.

b) Dạng toán ít hơn trung bình cộng.

Ví dụ 4: Khánh có 20 viên bi, Bảo có 31 viên bi. Nam có số bi ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 5 viên bi. Hỏi Nam có bao nhiêu viên bi?

Phân tích

Do Khánh có 20 viên bi, Bảo có 31 viên bi nên số bi của Khánh và Bảo là

$$20+31=51 \text{ (viên).}$$

Do Nam có số bi ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 5 viên bi nên trung bình cộng số bi của ba bạn là

$$(51 - 5) : 2 = 23 \text{ (viên).}$$

Từ đó ta tính được Bạn Nam có số viên bi là

$$23 - 5 = 18 \text{ (viên).}$$

Bài giải

Số bi của Khánh và Bảo là

$$20+31=51 \text{ (viên).}$$

Trung bình cộng số bi của ba bạn là

$$(51 - 5) : 2 = 23 \text{ (viên).}$$

Bạn Nam có số viên bi là

$$23 - 5 = 18 \text{ (viên).}$$

Đáp số: 18 viên bi.

Ví dụ 5: Thùng dầu thứ nhất có 23 lít dầu, thùng dầu thứ hai có 38 lít dầu, thùng dầu thứ 3 chứa số lít dầu bằng số trung bình cộng của hai thùng kia, còn thùng dầu thứ tư chứa số lít dầu ít hơn số trung bình cộng của cả 4 thùng dầu là 9 lít. Hỏi thùng dầu thứ tư chứa bao nhiêu lít dầu?

Phân tích

Thùng dầu thứ nhất có 23 lít dầu, thùng dầu thứ hai có 38 lít dầu, thùng dầu thứ 3 chứa số lít dầu bằng số trung bình cộng của hai thùng kia nên số lít dầu ở thùng thứ ba là

$$(32 + 38) : 2 = 35 \text{ (lít).}$$

Do thùng thứ nhất có 23 lít dầu, thùng dầu thứ hai có 38 lít dầu và thùng thứ ba có 35 lít dầu nên tổng số lít dầu ở cả ba thùng là

$$32 + 38 + 35 = 105 \text{ (lít).}$$

Do thùng dầu thứ tư chứa số lít dầu ít hơn số trung bình cộng của cả 4 thùng dầu là 9 lít nên Trung bình cộng của cả 4 thùng là

$$(105 - 9) : 3 = 32 \text{ (lít).}$$

Từ đó ta tính được số lít dầu trong thùng thứ tư là

$$32 - 9 = 23 \text{ (lít).}$$

Bài giải

Số lít dầu ở thùng thứ ba là

$$(32 + 38) : 2 = 35 \text{ (lít).}$$

Số lít dầu ở cả ba thùng là

$$32+38+35=105 \text{ (lít).}$$

Trung bình cộng của cả bốn thùng là

$$(105-9):3=32 \text{ (lít).}$$

Số lít dầu trong thùng thứ tư là

$$32-9=23 \text{ (lít).}$$

Đáp số: 23 lít.

c) Dạng toán bằng trung bình cộng

Ví dụ 6: Một lần, Nam, Hùng, Dũng đi câu cá. Dũng câu được 15 con cá, Hùng câu được 11 con cá. Nam câu được số cá đúng bằng trung bình cộng số cá của ba bạn. Hỏi Nam câu được bao nhiêu con cá?

Phân tích

Do Dũng câu được 15 con cá, Hùng câu được 11 con cá nên tổng số cá Dũng và Hùng câu được là

$$15+11=26 \text{ (con cá).}$$

Do Nam câu được số cá bằng trung bình cộng số cá của ba bạn. Nên Nam câu được số con cá là

$$26:2=13 \text{ (con cá).}$$

Bài giải

Dũng và Hùng câu được số con cá là

$$15+11=26 \text{ (con cá).}$$

Nam câu được số con cá là

$$26:2=13 \text{ (con cá).}$$

Đáp số: 13 con cá.

Ví dụ 7: An có 24 cái kẹo. Bình có 28 cái kẹo. Cường có số cái kẹo bằng trung bình cộng của 3 bạn. Hỏi Cường có bao nhiêu cái kẹo?

Phân tích

Do An có 24 cái kẹo. Bình có 28 cái kẹo nên tổng số kẹo của An và Bình là

$$24 + 28 = 52 \text{ (cái kẹo).}$$

Do Cường có số cái kẹo bằng trung bình cộng của 3 bạn nên Cường có số cái kẹo là

$$52 : 2 = 26 \text{ (cái kẹo).}$$

Bài giải

Tổng số kẹo của An và Bình là

$$24 + 28 = 52 \text{ (cái kẹo).}$$

Số kẹo của Cường là

$$52 : 2 = 26 \text{ (cái kẹo).}$$

Đáp số: 26 cái kẹo.

Ví dụ 8: Đội I sửa được 45 m đường, đội II sửa được 49 m đường. Đội III sửa được số mét đường bằng trung bình cộng số mét đường của đội I và đội II đã sửa. Hỏi cả ba đội sửa được bao nhiêu mét đường?

Phân tích

Do đội I sửa được 45 m đường, đội II sửa được 49 m đường nên tổng số mét đường đội I và đội II sửa được là

$$45 + 49 = 94 \text{ (m).}$$

Đội III sửa được số mét đường bằng trung bình cộng số mét đường của đội I và đội II đã sửa nên Số mét đường đội III sửa được là

$$(45 + 49) : 2 = 47 \text{ (m).}$$

Từ đó ta tính được cả ba đội sửa được số mét đường là

$$45 + 47 + 49 = 141 \text{ (m).}$$

Bài giải

Tổng số mét đường đội I và đội II sửa được là

$$45 + 49 = 94 \text{ (m)}.$$

Số mét đường đội III sửa được là

$$(45 + 49) : 2 = 47 \text{ (m)}.$$

Cả ba đội sửa được số mét đường là

$$45 + 47 + 49 = 141 \text{ (m)}.$$

Đáp số: 141 m.

2.4.2. Bài tập đề xuất

a) Bài toán nhiều hơn trung bình cộng.

Bài 1: Thùng thứ nhất có 50 lít dầu, thùng thứ hai có 37 lít dầu. Thùng thứ ba có nhiều hơn trung bình cộng số dầu của cả 3 thùng là 9 lít dầu. Hỏi thùng thứ ba có bao nhiêu lít dầu?

Bài 2: Số thứ nhất là 155, số thứ hai là 279. Số thứ ba hơn trung bình cộng của cả 3 số là 26 đơn vị. Tìm số thứ ba.

Bài 3: Số thứ nhất là 267, số thứ hai là hơn số thứ nhất 32 đơn vị nhưng kém số thứ ba 51 đơn vị. Số thứ tư hơn trung bình cộng của cả 4 số là 8 đơn vị. Tìm số thứ tư?

Bài 4: Xe thứ nhất chở được 25 tấn hàng, xe thứ hai chở 35 tấn hàng. Xe thứ ba chở nhiều hơn trung bình cộng ba xe là 10 tấn hàng. Hỏi xe thứ ba chở bao nhiêu tấn hàng?

Bài 5: Có ba tổ trồng cây. Tổ một trồng được số cây nhiều hơn trung bình cộng số cây của mỗi tổ trồng được là 6 cây. Tổ hai trồng được số cây nhiều hơn trung bình cộng số cây trồng được của tổ hai và tổ ba là 1 cây. Hỏi cả ba tổ trồng được bao nhiêu cây, biết rằng tổ ba trồng được 26 cây?

Bài 6: Một đội xe tải có 5 chiếc xe, trong đó có hai xe A và B mỗi xe chở được 3 tấn, hai xe C và D mỗi xe chở được 4 tấn rưỡi; còn xe E chở nhiều hơn mức trung bình của toàn đội là 1 tấn. Hãy tính xem xe E chở được mấy tấn?

Bài 7: Lớp 4A có 21 học sinh, lớp 4B có 23 học sinh, lớp 4C có số học sinh nhiều hơn trung bình cộng số học sinh của 2 lớp 4A và 4B là 2 bạn. Hỏi lớp 4C có bao nhiêu bạn học sinh?

Bài 8: Học sinh A có 85 điểm, học sinh B có 90 điểm. Học sinh C có số điểm nhiều hơn trung bình cộng số điểm của cả 3 học sinh là 7 điểm. Hỏi học sinh C có bao nhiêu điểm?

Bài 9: Xe thứ nhất đi được 120 km, xe thứ hai đi được 150 km. Xe thứ ba đi được nhiều hơn trung bình cộng số km của cả 3 xe là 15 km. Hỏi xe thứ ba đi được bao nhiêu km?

Bài 10: Người thứ nhất chi tiêu 2 triệu đồng, người thứ hai chi tiêu 3 triệu đồng. Người thứ ba chi tiêu nhiều hơn trung bình cộng số tiền chi tiêu của cả 3 người là 1 triệu đồng. Hỏi người thứ ba chi tiêu bao nhiêu tiền?

Bài 11: Người thứ nhất hái được 40 quả táo, người thứ hai hái được 55 quả táo. Người thứ ba hái được nhiều hơn trung bình cộng số quả táo của cả 3 người là 10 quả táo. Hỏi người thứ ba hái được bao nhiêu quả táo?

b) Bài toán ít hơn trung bình cộng.

Bài 12: Tùng có 20 viên bi, Bảo có 31 viên bi, Nam có số bi ít hơn trung bình cộng của cả 3 bạn là 5 viên bi. Hỏi Nam có bao nhiêu viên bi?

Bài 13: Nhung có 9 quyển truyện, Linh có 7 quyển truyện, Trang có số quyển ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 2 quyển truyện. Hỏi Trang có bao nhiêu quyển truyện?

Bài 14: Hồng có 8 quyển vở, Nguyên có 4 quyển vở. Thái có số vở ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 2 quyển. Hỏi số vở của Thái là bao nhiêu?

Bài 15: Lớp 5B có 36 học sinh. Số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam là 2 học sinh. Hỏi lớp 5B có bao nhiêu học sinh nam, bao nhiêu học sinh nữ?

Bài 16: Khối lớp 4 của trường Tiểu học Nguyễn Trãi tham gia trồng cây trong vườn sinh thái của trường. Lớp 4A trồng được 35 cây, lớp 4B trồng được nhiều hơn lớp 4A 12 cây, lớp 4C trồng ít hơn lớp 4B 5 cây. Lớp 4D trồng được ít hơn trung bình số cây bốn lớp trồng được là 7 cây. Hỏi khối lớp 4 trồng được tất cả bao nhiêu cây?

Bài 17: Tùng có 15 viên bi, số bi của Long gấp đôi số bi của Tùng. Hải có số bi kém trung bình cộng số bi của 3 bạn là 5 viên bi. Tính số bi của Hải.

Bài 18: Lớp 3A có 40 quyển sách, lớp 3B có nhiều hơn lớp 3A 15 quyển sách, lớp 3C có ít hơn lớp 3B 8 quyển sách. Lớp 3D có ít hơn trung bình số sách của bốn lớp là 5 quyển sách. Hỏi khối lớp 3 có tất cả bao nhiêu quyển sách?

Bài 19: Lan có 85 điểm kiểm tra, Hoa có 90 điểm kiểm tra, Linh có số điểm ít hơn trung bình cộng của cả 3 bạn là 5 điểm. Hỏi Linh có bao nhiêu điểm kiểm tra?

Bài 20: Bà Mai có 25 kg gạo, bà Lan có 30 kg gạo, bà Tư có số gạo ít hơn trung bình cộng của cả ba bà là 7 kg. Hỏi bà Tư có bao nhiêu kg gạo?

Bài 21: Bình tiết kiệm được 150 000, An tiết kiệm được nhiều hơn Bình 50 000, Cường tiết kiệm được ít hơn An 20 000. Duy tiết kiệm được ít hơn trung bình số tiền tiết kiệm của cả bốn bạn là 30 000. Hỏi cả bốn bạn tiết kiệm được tất cả bao nhiêu tiền?

Bài 22: Linh có 60 quả cam, Hồng có nhiều hơn Linh 25 quả cam, Mai có ít hơn Hồng 10 quả cam. Phương có ít hơn trung bình số quả cam của cả bốn bạn là 15 quả cam. Hỏi cả bốn bạn có tất cả bao nhiêu quả cam?

c) Bài toán bằng trung bình cộng

Bài 23: Hải có 14 cái nhãn vở, Lâm có 20 cái nhãn vở. Số nhãn vở của Hùng bằng trung bình cộng số nhãn vở của cả ba bạn. Hỏi Hùng có bao nhiêu cái nhãn vở?

Bài 24: Xe thứ nhất chở được 5 tấn hàng, xe thứ hai chở được 7 tấn hàng. Xe thứ ba chở bằng trung bình cộng của ba xe. Hỏi xe thứ ba chở được bao nhiêu tấn hàng?

Bài 25: Số thứ nhất là 98, số thứ hai gấp 2 lần số thứ nhất. Số thứ ba bằng trung bình cộng của 3 số. Tìm số thứ ba?

Bài 26: Thắng có 24 cái vòng. Tâm có 28 cái vòng. Cường có số cái vòng bằng trung bình cộng của 3 bạn. Hỏi Cường có bao nhiêu cái vòng?

Bài 27: Ba bạn An, Bình và Chi có số nhãn vở lần lượt là 15, 18 và 21. Số nhãn vở của Dũng bằng trung bình cộng số nhãn vở của cả bốn bạn. Hỏi Dũng có bao nhiêu cái nhãn vở?

Bài 28: Hai thùng đựng dầu, thùng thứ nhất chứa 45 lít dầu, thùng thứ hai chứa 38 lít dầu. Thùng thứ ba có số dầu bằng trung bình cộng số dầu của cả ba thùng. Hỏi thùng thứ ba có bao nhiêu lít dầu?

Bài 29: Kho A có 10 500 kg thóc, kho B có 14 700 kg thóc, kho C có số thóc bằng trung bình cộng số thóc cả 3 kho. Hỏi kho C có bao nhiêu ki-lô-gam thóc?

Bài 30: An có 18 viên bi, Bình có 16 viên bi, Hùng có số viên bi bằng trung bình cộng số bi của An và Bình cộng thêm 6 viên, Dũng có số bi bằng trung bình cộng của cả bốn bạn. Hỏi Dũng có bao nhiêu viên bi?

Bài 31: An có 18 viên bi, Bình có 16 viên bi, Hùng có số viên bi bằng trung bình cộng số bi của An và Bình, Dũng có số bi bằng trung bình cộng số bi của Bình và Hùng. Hỏi Dũng có bao nhiêu viên bi?

KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Chương 2 khóa luận đã trình bày được một số bài toán điển hình về số trung bình cộng ở Tiểu học như: Tìm số trung bình cộng của các số; tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều nhau; tìm số hạng khi biết tổng và trung bình cộng, bài toán ít hơn, nhiều hơn hoặc bằng trung bình cộng, đề tài đã vận dụng và đưa ra một số bài tập tự luyện để giúp các em học sinh Tiểu học rèn luyện kỹ năng làm bài và giải các bài tập về toán tìm số trung bình cộng.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Được sự đồng ý của nhà trường, bản thân đã tiến hành nghiên cứu đề tài khóa luận tốt nghiệp: “*Rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học*”. Việc nghiên cứu đề tài đã đạt được các kết quả sau:

- Trình bày một số vấn đề cơ sở của việc rèn kỹ năng giải một số bài toán tìm số trung bình cộng cho học sinh Tiểu học, cụ thể như: tìm hiểu kỹ năng giải toán ở Tiểu học; hoạt động giải toán trong dạy và học toán của học sinh Tiểu học; bài toán tìm số trung bình cộng ở Tiểu học.

- Trình bày một cách có hệ thống các dạng toán tìm số trung bình cộng ở Tiểu học, cụ thể các dạng như: Tìm số trung bình cộng của các số; tính trung bình cộng của các số liên tiếp cách đều nhau; tìm số số hạng khi biết tổng và trung bình cộng, bài toán ít hơn, nhiều hơn hoặc bằng trung bình cộng, theo mạch kiến thức:

- Trình bày được cách giải của mỗi bài toán minh họa cho mỗi dạng toán và thiết kế đề toán theo dạng toán.

- Khóa luận đưa ra một cách hệ thống phong phú các bài toán minh họa cho mỗi dạng toán và các bài tập tự luyện.

Về cơ bản khóa luận đã đạt được các mục tiêu và hoàn thành các nhiệm vụ đặt ra khi tiến hành nghiên cứu. Đề tài là tài liệu tham khảo giúp các em học sinh Tiểu học nói chung và các em học sinh lớp 4 nói riêng nhằm rèn luyện kỹ năng làm bài và giải các bài tập về toán tìm số trung bình cộng, tài liệu tham khảo hữu ích cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học trường Đại học Hoa Lư khi học các học phần tự chọn, và một số thầy cô đang giảng dạy ở các trường Tiểu học muốn nghiên cứu dạng toán này. Tuy nhiên, lần đầu nghiên cứu vấn đề khoa học nên chắc chắn khóa luận còn có nhiều thiếu sót, em mong muốn được nhận các ý kiến đóng góp của các thầy cô để đề tài được hoàn thiện hơn.

Em xin chân thành cảm ơn!

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa Toán 4 tập 2 bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
2. Sách giáo khoa Toán 4 tập 2 bộ sách Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
3. Sách giáo khoa Toán 4 tập 1 bộ sách Cánh diều, Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.
4. Vở bài tập Toán 4 tập 2 bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
5. Vở bài tập Toán 4 tập 2 bộ sách Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
6. Vở bài tập Toán 4 tập 1 bộ sách Cánh diều, Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.
7. Sách giáo viên Toán 4 bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
8. Sách giáo viên Toán 4 bộ sách Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
9. Sách giáo viên Toán 4 bộ sách Cánh diều, Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.
10. PGS. TS Trần Diên Hiển (2016), Thực hành giải Toán Tiểu học.
11. Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình giáo dục Tiểu học tổng thể 2018*.
12. Vũ Dũng (chủ biên), (2008) *Từ điển tâm lý học*, NXB từ điển Bách Khoa.
13. Bùi Khánh Toàn, *Rèn luyện kỹ năng giải toán và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh lớp 11 qua dạy học nội dung tổ hợp*, luận văn thạc sĩ, Đại học Quốc gia Hà Nội.
14. Phan Văn Các, *Từ điển Hán Việt* (dùng trong nhà trường), NXB Giáo dục, Hà Nội.
15. Polya G (1976), *Sáng tạo Toán học*, Tập 1, NXB Giáo dục
16. Nguyễn Quang Uẩn (Chủ Biên), *giáo trình tâm lý học đại cương*, Nhà xuất bản Đại học sư phạm.