

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOA LƯ
KHOA SƯ PHẠM TIỂU HỌC – MẦM NON

Hà Lê Phương Anh

KHÓA LUẬN TỐT NGHIỆP
ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG
ĐỂ GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN CÓ LỜI VĂN ĐIỂN HÌNH
CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

Mã sinh viên: 2552020303

Ngành: Giáo dục Tiểu học

NINH BÌNH, (2025)

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOA LƯ
KHOA SƯ PHẠM TIỂU HỌC – MẦM NON

HÀ LÊ PHƯƠNG ANH

KHÓA LUẬN TỐT NGHIỆP

ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG
ĐỂ GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN CÓ LỜI VĂN ĐIỂN HÌNH
CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

Mã sinh viên: 2552020303

Ngành: Giáo dục Tiểu học

Người hướng dẫn: ThS. Lê Thị Hồng Hạnh

NINH BÌNH, (2025)

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin được cam đoan, khóa luận tốt nghiệp **“Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán có lời văn điển hình cho học sinh Tiểu học”** là công trình của bản thân không sao chép của ai do tôi tự nghiên cứu, đọc, tổng hợp và thực hiện. Nội dung lý thuyết trong khoá luận tôi có sử dụng một số tài liệu tham khảo như đã trình bày trong phần tài liệu tham khảo. Tất cả các tài liệu tham khảo đều có xuất xứ rõ ràng và được trích dẫn hợp pháp. Nếu có bất kỳ sự gian lận nào, tôi xin chịu trách nhiệm trước hội đồng cũng như kết quả khoá luận của mình.

Ninh Bình, ngày 21 tháng 04 năm 2025

Người thực hiện

Hà Lê Phương Anh

LỜI CẢM ƠN

Trước hết, em xin gửi lời cảm ơn chân thành đến Trường Đại học Hoa Lư, Ban Giám hiệu nhà trường, cùng các thầy cô giáo trong Khoa Sư phạm Tiểu học - Mầm non, Khoa Sư phạm Trung học đã luôn tạo điều kiện thuận lợi, động viên và hỗ trợ em trong suốt quá trình học tập và thực hiện khóa luận tốt nghiệp này.

Em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến giảng viên hướng dẫn - Thạc sĩ Lê Thị Hồng Hạnh. Cô không chỉ là người giảng viên tận tâm, tận lực mà còn là người truyền cảm hứng, giúp em định hướng rõ ràng trong quá trình nghiên cứu khóa luận. Những lời chỉ dạy, sự quan tâm và những chia sẻ quý báu từ cô sẽ mãi là hành trang quan trọng giúp em tự tin hơn trên con đường trở thành một giáo viên Tiểu học trong tương lai.

Trong suốt quá trình nghiên cứu và thực hiện khóa luận, em đã tích lũy thêm nhiều kiến thức bổ ích, nâng cao tinh thần học tập nghiêm túc và hiệu quả. Môn Toán là một môn học thú vị, giàu tính ứng dụng thực tế, đặc biệt quan trọng đối với giáo viên Tiểu học. Tuy nhiên, với vốn kiến thức và kinh nghiệm thực tế còn hạn chế, chắc chắn khóa luận này không tránh khỏi những thiếu sót. Em rất mong nhận được sự góp ý, chia sẻ từ các thầy cô và bạn bè để em có thể tiếp tục học hỏi, hoàn thiện khóa luận.

Cuối cùng, em xin gửi lời cảm ơn chân thành đến gia đình - những người luôn bên cạnh, âm thầm yêu thương, ủng hộ và tạo điều kiện tốt nhất để em yên tâm học tập và phấn đấu. Chính sự đồng hành của gia đình, sự tận tình chỉ bảo của thầy cô cùng sự sẻ chia, động viên của bạn bè là nguồn động lực to lớn giúp em hoàn thành tốt khóa luận này.

Em xin chân thành cảm ơn!

Ninh Bình, ngày 21 tháng 04 năm 2025

Người thực hiện

Hà Lê Phương Anh

XÁC NHẬN CỦA GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN

Đề tài “**Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán có lời văn điển hình cho học sinh Tiểu học**” là công trình nghiên cứu của sinh viên Hà Lê Phương Anh không trùng lặp với bất kì đề tài nào trước đó. Trong đề tài có sự tham khảo một số tài liệu có nguồn gốc và được trích dẫn rõ ràng, rành mạch.

Ninh bình, ngày 21 tháng 04 năm 2025

Xác nhận của CTHĐ

Xác nhận của GVHD

Ths. Lê Thị Hồng Hạnh

DANH MỤC KÍ HIỆU VIẾT TẮT

Viết tắt	Viết đầy đủ
HS	Học sinh
GV	Giáo viên

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN.....	ii
LỜI CẢM ƠN	iv
XÁC NHẬN CỦA GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN	v
DANH MỤC KÍ HIỆU VIẾT TẮT	vi
MỞ ĐẦU.....	1
1. Lý do chọn đề tài	1
2. Tổng quan tình hình nghiên cứu.....	2
3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu	3
3.1. Mục đích nghiên cứu	3
3.2. Nhiệm vụ nghiên cứu.....	3
4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu	3
4.1. Đối tượng nghiên cứu	3
4.2. Phạm vi nghiên cứu	3
5. Phương pháp nghiên cứu.....	3
6. Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn	4
6.1. Ý nghĩa khoa học	4
6.2. Ý nghĩa thực tiễn.....	4
NỘI DUNG.....	5
Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN	5
1.1. Vị trí, vai trò của việc giải toán trong dạy và học toán ở tiểu học ...	5
1.2. Tìm hiểu phương pháp sơ đồ đoạn thẳng	6
1.2.1. Tầm quan trọng của việc lựa chọn phương pháp giải toán.....	6
1.2.2. Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.....	8
1.2.2.1. Khái niệm	8
1.2.2.2. Quy trình chung giải một bài toán bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng	8
1.3. Một số dạng toán có lời văn điển hình ở Tiểu học.....	11
KẾT LUẬN CHƯƠNG 1	13

Chương 2. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG ĐỂ GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN CÓ LỜI VĂN ĐIỂN HÌNH	14
2.1. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về trung bình cộng.....	14
2.2. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó	29
2.3. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó.....	41
2.4. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó.....	61
KẾT LUẬN CHƯƠNG 2	77
KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.....	78
DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO	80

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Song song với Tiếng Việt, Toán học là một môn học quan trọng trong việc nâng cao kiến thức, rèn luyện kỹ năng và đóng góp tích cực vào mục tiêu giáo dục, đào tạo con người toàn diện ở mọi cấp học. Đặc biệt, ở bậc học Tiểu học, đây là giai đoạn nền tảng cho việc hình thành và phát triển nhân cách con người, góp phần vào sự nghiệp giáo dục của đất nước.

Đảng ta đã nhiều lần nhấn mạnh tầm quan trọng của việc dạy Toán không chỉ để trang bị kiến thức mà còn để phát triển nhân cách. Trong bức thư gửi các bạn trẻ yêu Toán (tháng 10/1967), cố Thủ tướng Phạm Văn Đồng đã nói về khả năng giáo dục của môn Toán như sau: *“Trong các môn Khoa học và Kỹ thuật, Toán học giữ một vai trò nổi bật. Nó có tác dụng lớn đối với các ngành khoa học khác, đối với kỹ thuật, sản xuất và chiến đấu. Nó còn là môn thể thao trí tuệ giúp chúng ta nhiều trong việc rèn luyện phương pháp suy nghĩ, phương pháp suy luận, phương pháp học tập, phương pháp giải quyết vấn đề, giúp chúng ta rèn trí thông minh sáng tạo. Nó còn giúp chúng ta rèn luyện nhiều đức tính quý báu khác như: cần cù và nhẫn nại, tự lực cánh sinh, ý chí vượt khó, yêu thích chính xác, ham chuộng chân lý. Dù các bạn phục vụ ngành nào, trong công tác nào thì các kiến thức và phương pháp Toán học cũng rất cần cho các bạn”*.

Trong chương trình Toán ở Tiểu học, phần giải Toán có lời văn đóng vai trò vô cùng quan trọng và thường xuyên xuất hiện trong hầu hết các bài học. Việc giải các bài toán có lời văn diễn hình thông qua phương pháp sơ đồ đoạn thẳng là rất cần thiết, vì **“Sơ đồ đoạn thẳng”** là một phương tiện trực quan hữu ích trong dạy và giải toán, được sử dụng ngay từ khi lên lớp 1 và tiếp tục cho đến lớp 5. Phương pháp này đáp ứng được nhu cầu tăng dần mức độ trừu tượng trong việc cung cấp các kiến thức Toán học cho học sinh.

Nội dung của các bài Toán có lời văn thường liên quan mật thiết đến cuộc sống hàng ngày và rất gần gũi với các em. Việc dùng sơ đồ đoạn thẳng

một cách hợp lý giúp biểu thị các mối quan hệ trừu tượng một cách trực quan hơn. Ngoài chức năng tóm tắt bài toán, sơ đồ đoạn thẳng còn làm rõ các suy luận, tạo cơ sở để tìm ra lời giải và định hướng cho học sinh đặt đề bài theo sơ đồ tóm tắt. Đây là lý do mà phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trở thành một công cụ thường xuyên được sử dụng trong dạy học ở bậc Tiểu học. Đặc biệt, đối với học sinh lớp 4, việc hướng dẫn giải bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng sẽ là nền tảng cho việc giải quyết nhiều bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng ở lớp 5.

Xuất phát từ những lý do trên, em chọn đề tài nghiên cứu ***“Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán có lời văn điển hình cho học sinh Tiểu học”*** nhằm góp phần nâng cao chất lượng dạy học giải toán có lời văn ở bậc Tiểu học hiện nay.

2. Tổng quan tình hình nghiên cứu.

Phương pháp sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng Toán có lời văn điển hình ở Tiểu học đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu từ nhiều góc độ khác nhau, được thể hiện trong các công trình nghiên cứu như:

Trần Diên Hiền (2021), Chuyên đề *“Bồi dưỡng học sinh giỏi Toán Tiểu học”*, Nxb Đại học Sư phạm. Chuyên đề áp dụng dạy cho học sinh theo từng hệ thống kiến thức từ dễ đến khó, vận dụng linh hoạt trong khi giải toán và trình bày bài giải một cách khoa học.

Bạch Thị Bình (2014), khoá luận tốt nghiệp *“Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng Toán ở Tiểu học”*, Trường Đại học Tây Bắc. Tác giả đã hệ thống hoá lí luận về vị trí và vai trò của việc giải Toán cùng các phương pháp giải Toán ở Tiểu học, đặc biệt là phương pháp sơ đồ đoạn thẳng. Từ đó đi sâu vào hướng dẫn học sinh sử dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán.

Hoàng Minh Ngọc (2018), sáng kiến kinh nghiệm *“Một số giải pháp rèn kĩ năng giải toán có lời văn bằng sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh lớp 4”*, trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng. Đề tài nhằm nâng cao chất dạy học Toán ở lớp 4, phát triển kỹ năng tư duy trừu tượng phù hợp và linh hoạt hơn. Hình thành ý thức lập luận chính xác, chặt chẽ trong giải Toán.

Có thể thấy rằng đã có nhiều đề tài nghiên cứu về phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong dạy và học toán ở Tiểu học. Để tìm hiểu sâu hơn về phương pháp sử dụng sơ đồ đoạn thẳng vận dụng vào giải các bài toán có lời văn điển hình, em quyết định lựa chọn đề tài này để nghiên cứu nhằm giúp học sinh Tiểu học nâng cao khả năng giải toán, góp phần thực hiện mục tiêu Chương trình Giáo dục Tiểu học mới.

3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

3.1. Mục đích nghiên cứu

Nghiên cứu ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán có lời văn điển hình ở Tiểu học.

3.2. Nhiệm vụ nghiên cứu

Đề tài thực hiện các nhiệm vụ sau:

- Nghiên cứu những vấn đề lí luận liên quan đến việc dạy giải toán có lời văn bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong chương trình toán Tiểu học.
- Nghiên cứu ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong giải một số dạng toán có lời văn điển hình ở Tiểu học.
- Xây dựng hệ thống bài tập sử dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải các bài toán có lời văn điển hình.

4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

4.1. Đối tượng nghiên cứu

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng; Bài toán có lời văn điển hình giải bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

4.2. Phạm vi nghiên cứu

Một số dạng toán có lời văn điển hình ở lớp 4, lớp 5 giải bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

5. Phương pháp nghiên cứu

- Phương pháp nghiên cứu lý luận: Đọc giáo trình, tài liệu, khái quát hoá, tổng hợp các vấn đề lý luận về dạy học Toán ở Tiểu học, về phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

- Phương pháp phân tích, tổng hợp: Phân tích, so sánh, hệ thống hoá, khái quát hoá các vấn đề nghiên cứu có liên quan đến đề tài.

- Phương pháp đàm thoại: Xin ý kiến, trao đổi với một số thầy cô giáo ở bộ môn Toán và tổ nghiệp vụ Tiểu học trường Đại học Hoa Lư.

6. Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn

6.1. Ý nghĩa khoa học

Việc nghiên cứu đề tài này hỗ trợ hình dung và trực quan hoá, củng cố tư duy logic, tăng cường khả năng giải quyết vấn đề, khuyến khích sự sáng tạo, liên kết kiến thức toán học với thực tiễn.

6.2. Ý nghĩa thực tiễn

Kết quả nghiên cứu đề tài sau khi được nghiệm thu sẽ là nguồn tài liệu tham khảo cho học sinh Tiểu học cũng như các bạn sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học, các Giáo viên Tiểu học và những người quan tâm đến phương pháp sơ đồ đoạn thẳng và ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong giải các bài toán có lời văn điển hình.

NỘI DUNG

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN

Nội dung chương 1 khoá luận tập trung nghiên cứu một số vấn đề lý luận liên quan đến nội dung nghiên cứu: vị trí, vai trò của việc giải toán trong dạy học và học toán ở Tiểu học; tầm quan trọng của việc lựa chọn phương pháp giải toán; quy trình chung để giải một bài toán ở bậc Tiểu học và quy trình chung để giải một bài toán bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

1.1. Vị trí, vai trò của việc giải toán trong dạy và học toán ở tiểu học

Hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học giữ một vai trò quan trọng, chiếm phần lớn thời gian học tập của học sinh và là phương thức chủ yếu để các em tham gia vào thế giới toán học. Việc giải toán không chỉ giúp rèn luyện trí tuệ mà còn là một công cụ hữu hiệu để đánh giá năng lực toán học của học sinh. Khi học sinh giải thành thạo các bài toán, các em có thể tự đánh giá mức độ hiểu biết của mình, đồng thời nhận được phản hồi từ giáo viên để nhận diện được điểm mạnh và những điểm cần cải thiện trong học tập. Qua quá trình giải toán, giáo viên sẽ dễ dàng phát hiện những ưu điểm và nhược điểm của học sinh về kiến thức, kỹ năng cũng như khả năng tư duy, từ đó đưa ra những biện pháp hỗ trợ kịp thời để học sinh phát huy điểm mạnh và cải thiện những mặt còn yếu.

Giải toán không chỉ đơn thuần là việc áp dụng công thức hay lý thuyết mà thực sự là một quá trình đòi hỏi học sinh phải suy nghĩ, phân tích và vận dụng các kiến thức đã học vào tình huống cụ thể. Khi giải quyết một bài toán thì học sinh cần phải tập trung vào bản chất của vấn đề, phân biệt rõ các yếu tố đã cho và yếu tố cần tìm từ đó lựa chọn được phương pháp giải thích hợp. Qua đó, học sinh không chỉ tiếp thu kiến thức mà còn rèn luyện kỹ năng phân tích và tư duy linh hoạt, giúp các em có khả năng giải quyết các vấn đề không chỉ trong học tập mà còn trong thực tiễn cuộc sống. Khi học sinh giải quyết thành công một bài toán thì điều đó chứng tỏ các em không chỉ hiểu bài mà còn biết cách vận dụng linh hoạt và chính xác những gì đã học. Ngược lại, khi mắc phải

sai sót thì đó là dấu hiệu cho thấy các em cần cải thiện kiến thức hay phương pháp giải của mình.

Bên cạnh đó, giải toán giúp học sinh phát triển khả năng phản xạ nhanh với con số và phát triển kỹ năng phân tích tình huống. Những kiến thức toán học có thể được áp dụng vào rất nhiều tình huống trong đời sống thực tế như tính quãng đường, tính vận tốc, tính diện tích hay chu vi. Điều này không chỉ giúp học sinh thành thạo môn Toán mà còn trang bị cho các em những kỹ năng cần thiết để giải quyết các vấn đề trong cuộc sống hàng ngày.

Trong quá trình giải toán học sinh cũng hình thành được những thói quen quan trọng như tính kiên nhẫn, khả năng lập luận chặt chẽ và sự cẩn thận trong việc trình bày bài giải. Giải toán không phải là một công việc dễ dàng, nó đòi hỏi học sinh phải có sự tập trung cao độ, sự kiên trì và một tinh thần ham học hỏi. Khi giải toán các em sẽ phải phân tích tỉ mỉ từng bước, loại bỏ những yếu tố không cần thiết và tìm ra cách giải quyết đơn giản và chính xác nhất. Tính cẩn thận trong việc trình bày bài giải sẽ giúp học sinh tránh được những sai sót và hình thành cho các em thói quen làm việc khoa học và logic - những thói quen vô cùng quan trọng không chỉ trong học tập mà còn trong cuộc sống sau này.

Hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học không đơn giản chỉ là một hoạt động học tập mà còn là một phương thức rèn luyện trí tuệ. Thông qua việc giải các bài toán, học sinh không chỉ hiểu sâu về môn Toán mà còn giúp học sinh phát triển toàn diện về tư duy, kỹ năng và phẩm chất. Chính vì thế, giải toán không chỉ là một hoạt động học tập đơn thuần mà còn là một công cụ quan trọng để học sinh phát triển toàn diện và chuẩn bị tốt cho những thử thách không chỉ trong trường học mà còn trong cuộc sống, góp phần tạo nên những công dân thông minh, sáng tạo và có khả năng thích ứng cao trong xã hội hiện đại ngày nay.

1.2. Tìm hiểu phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

1.2.1. Tầm quan trọng của việc lựa chọn phương pháp giải toán

Trong chương trình môn Toán Tiểu học, việc giải toán có một vị trí rất quan trọng. Để giải được bài toán thì học sinh cần phải biết phương pháp giải

toán. Trong chương trình môn Toán Tiểu học có rất nhiều phương pháp giải toán khác nhau như: phương pháp sơ đồ đoạn thẳng, phương pháp rút về đơn vị và tỉ số, phương pháp chia tỉ lệ, phương pháp thử chọn, phương pháp khử, phương pháp giả thiết tạm, phương pháp thay thế, phương pháp dùng chữ thay số, phương pháp tính ngược từ cuối, phương pháp diện tích, phương pháp lập bảng,... Mỗi phương pháp phù hợp với từng dạng toán khác nhau. Điều này đòi hỏi học sinh phải biết cách nhận diện dạng toán và lựa chọn phương pháp phù hợp để giải quyết bài toán hiệu quả.

Để giúp học sinh lựa chọn phương pháp giải toán chính xác thì giáo viên cần phải cung cấp cho học sinh đầy đủ kiến thức về các phương pháp giải toán. Đó là các kiến thức về khái niệm, quy trình thực hiện, ứng dụng của mỗi phương pháp,... Khi học sinh đã hiểu rõ các phương pháp giải toán thì việc tiếp theo là phân tích và nhận dạng yêu cầu của từng bài toán, từ đó áp dụng phương pháp giải toán phù hợp. Việc lựa chọn đúng phương pháp sẽ giúp học sinh không chỉ giải quyết bài toán một cách nhanh chóng và hiệu quả mà còn giúp các em phát triển khả năng tư duy logic, khả năng phân tích và giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, có những bài toán có thể giải quyết bằng nhiều phương pháp khác nhau, vì vậy giáo viên cần hướng dẫn học sinh biết cách lựa chọn phương pháp giải toán sao cho vừa đơn giản, vừa hiệu quả và đảm bảo đưa ra kết quả chính xác nhất.

Ngoài ra, việc lựa chọn phương pháp giải toán còn giúp học sinh rèn luyện những kỹ năng quan trọng như kỹ năng tư duy, kỹ năng giải quyết vấn đề và khả năng sáng tạo. Khi áp dụng phương pháp giải toán một cách linh hoạt và hiệu quả, học sinh không chỉ học được cách giải quyết bài toán mà còn phát triển khả năng tự học và tự giải quyết vấn đề trong những tình huống khác nhau. Chính nhờ đó, giáo viên cần tạo điều kiện để học sinh làm quen với các phương pháp giải toán đa dạng, điều này sẽ giúp các em không chỉ giỏi Toán mà còn mạnh dạn, tự tin trong việc đối mặt với những thử thách trong học tập và cuộc sống.

1.2.2. Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

1.2.2.1. Khái niệm

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng là một phương pháp giải toán ở Tiểu học, trong đó, mối quan hệ giữa các đại lượng đã cho và đại lượng phải tìm trong bài toán được biểu diễn bởi các đoạn thẳng.

Việc lựa chọn độ dài của các đoạn thẳng để biểu diễn các đại lượng và sắp xếp thứ tự của các đoạn thẳng trong sơ đồ hợp lý sẽ giúp học sinh tìm được lời giải một cách tường minh.

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng dùng để giải rất nhiều dạng toán khác nhau, chẳng hạn các bài toán đơn, các bài toán hợp và một số dạng toán có lời văn điển hình.

1.2.2.2. Quy trình chung giải một bài toán bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

*** Quy trình chung giải một bài toán:**

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

Tìm hiểu bài toán là việc làm rõ các phần đã cho và phần cần tìm trong bài toán. Nếu có phần nào trong đề bài chưa rõ ràng thì có thể diễn đạt lại bằng cách khác để hiểu chính xác hơn. Để làm rõ mối quan hệ giữa phần đã cho và phần cần tìm, có thể tóm tắt bằng kí hiệu, công thức và đặc biệt bằng sơ đồ đoạn thẳng ở Tiểu học.

Bước 2: Lập kế hoạch giải toán

Lập kế hoạch giải là đi tìm hướng giải cho bài toán. Loại bỏ các yếu tố thừa, các chi tiết không quan trọng. Dữ kiện của đề bài phải được đối chiếu với yêu cầu của bài toán để hướng sự suy nghĩ vào mục tiêu cần đạt được là mối liên hệ giữa cái cần tìm với dữ kiện.

Bước 3: Thực hiện kế hoạch giải toán

Đây là bước trình bày lời giải. Với học sinh Tiểu học, việc thực hiện kế hoạch giải có nghĩa là thực hiện các phép toán theo trình tự đã xác định trong kế hoạch và cuối cùng là viết lời giải rõ ràng.

Bước 4: Kiểm tra lời giải, đánh giá cách giải

- Kiểm tra lại toàn bộ quá trình giải bài toán.
- Tìm cách giải khác và so sánh các cách giải.
- Suy nghĩ, khai thác thêm đề bài.

*** Quy trình chung giải một bài toán có lời văn bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng:**

Quy trình chung giải một bài toán có lời văn bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng cũng tương tự như quy trình giải một bài toán. Tuy nhiên, ở bước 3 có một số lưu ý sau:

- Phân tích:

Xác định các đại lượng liên quan.

Xác định mối quan hệ giữa các đại lượng: ai nhiều hơn, ít hơn bao nhiêu, tất cả bao nhiêu.

- Vẽ sơ đồ đoạn thẳng:

Dùng các đoạn thẳng (dài ngắn khác nhau) để biểu diễn các đại lượng.

Biểu diễn rõ ràng mối quan hệ (hơn - kém, bằng nhau, gấp mấy lần,...).

Có thể thêm chú thích đơn vị hoặc tên đối tượng để dễ quan sát.

- Dựa vào sơ đồ để lập phép tính:

Từ sơ đồ chuyển thành các phép tính cộng, trừ, nhân, chia phù hợp.

Làm các bước tính theo trình tự hợp lí.

- Trả lời câu hỏi bài toán: Viết câu trả lời rõ ràng, đúng yêu cầu của đề bài.

Ví dụ: Một lớp học có 28 học sinh, trong đó số học sinh nam bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh nữ. Hỏi lớp học đó có bao nhiêu học sinh nữ, bao nhiêu học sinh nam?

Hướng dẫn giải

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán.

- GV cho HS đọc đề bài.
- GV cho HS trả lời các câu hỏi:

Bài toán cho biết gì? (Lớp có tổng số 28 học sinh, số học sinh nam bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh nữ)

Bài toán yêu cầu gì? (Tìm số học sinh nữ, số học sinh nam)

- Tóm tắt bài toán: Dựa vào tỉ số đầu bài đã cho, ta có thể vẽ sơ đồ của bài toán.

Tỉ số của học sinh nam và học sinh nữ là $\frac{2}{5}$, nếu số học sinh nam chiếm 2 phần thì số học sinh nữ chiếm 5 phần như thế.

Bước 2: Lập kế hoạch giải toán.

- HS trả lời hệ thống câu hỏi mà GV đưa ra:

Làm thế nào để tìm được số học sinh nam và số học sinh nữ? (Tính tổng số phần bằng nhau rồi sau đó tính số học sinh nữ, số học sinh nam.)

Dựa vào sơ đồ, em có thể tính số học sinh nào trước? (Số học sinh nữ hoặc số học sinh nam.)

Em tìm được số học sinh nam như thế nào? (Tính tổng số phần sau đó lấy tổng chia cho tổng số phần rồi nhân với số phần biểu thị số học sinh đó.)

Tìm được số học sinh nam rồi làm thế nào để tìm được số học sinh nữ? (Lấy tổng số học sinh cả lớp trừ đi số học sinh nam.)

Bước 3: Thực hiện kế hoạch giải toán.

- Phân tích:

Trong bài toán xuất hiện các đại lượng: số học sinh nam, số học sinh nữ và tổng số học sinh cả lớp.

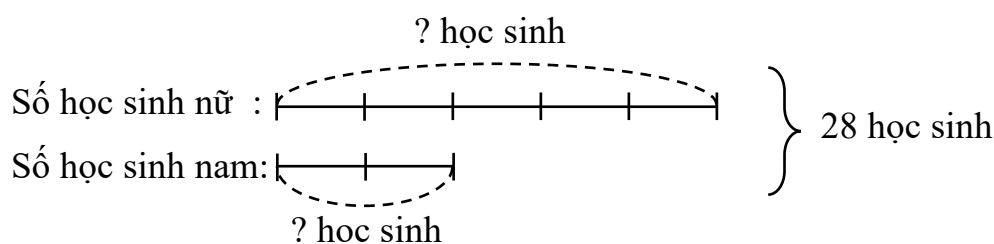
Tổng số học sinh cả lớp là 28 em. Số học sinh nam bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh nữ.

- Vẽ sơ đồ đoạn thẳng:

Vì số học sinh nam bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh nữ nên ta dùng một đoạn thẳng dài để biểu diễn số học sinh nữ. Ta chia đoạn thẳng này thành 5 phần bằng nhau.

Tiếp theo, dùng một đoạn thẳng ngắn hơn để biểu diễn số học sinh nam. Đoạn thẳng này được chia thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần có độ dài tương ứng với một phần của đoạn thẳng biểu diễn số học sinh nữ.

Cuối cùng, ta ghép hai đoạn thẳng này lại để biểu diễn tổng số học sinh cả lớp. Tổng độ dài của hai đoạn thẳng này tương ứng với 28 học sinh.



- Dựa vào sơ đồ để lập phép tính:

Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$5 + 2 = 7 \text{ (phần)}$$

Số học sinh nữ là:

$$28 : 7 \times 5 = 20 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh nam là:

$$28 - 20 = 8 \text{ (học sinh)}$$

- Trả lời câu hỏi bài toán:

Lớp học đó có 20 học sinh nữ;

Lớp học đó có 8 học sinh nam.

Bước 4: Kiểm tra lời giải, đánh giá kết quả.

- Kiểm tra lại kết quả: Tổng số học sinh nam và học sinh nữ là:

$$20 + 8 = 28 \text{ (học sinh)}$$

$$\text{Tỷ số giữa số học sinh nam và học sinh nữ là: } \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

- Kiểm tra: GV đưa ra các câu hỏi hướng dẫn HS kiểm tra lại kết quả tính toán, cách trình bày, chữ viết,...

- Đề xuất cách giải khác.

1.3. Một số dạng toán có lời văn điển hình ở Tiểu học

Dựa theo chương trình toán Tiểu học, học sinh lớp 4 và lớp 5 sẽ được làm quen với các dạng toán có lời văn điển hình sau:

Dạng 1: Toán trung bình cộng.

Dạng 2: Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó.

Dạng 3: Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó.

Dạng 4: Dạng toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó.

Dạng 5: Dạng toán rút về đơn vị.

Dạng 6: Dạng toán về tỉ số phần trăm.

Dạng 7: Dạng toán về chuyển động đều, chuyển động cùng chiều và ngược chiều.

Dạng 8: Dạng toán có nội dung hình học.

Tuy nhiên, do giới hạn về thời gian và khối lượng kiến thức cần nghiên cứu lớn nên em xin tập trung trình bày 4 dạng toán tiêu biểu và thường gặp sau:

Dạng 1: Toán trung bình cộng.

Dạng 2: Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó.

Dạng 3: Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó.

Dạng 4: Dạng toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó.

KẾT LUẬN CHƯƠNG 1

Chương 1 của khóa luận đã trình bày cơ sở lý luận về giải toán có lời văn ở bậc Tiểu học, đặc biệt là các vấn đề liên quan đến phương pháp sơ đồ đoạn thẳng. Qua việc tìm hiểu vị trí, vai trò của hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học, có thể thấy rằng giải toán không chỉ giúp học sinh tiếp thu kiến thức mà còn rèn luyện các phẩm chất như tư duy logic, tính cẩn thận, kiên trì và khả năng vận dụng vào thực tiễn.

Phần tiếp theo của chương đã làm rõ vai trò của việc lựa chọn phương pháp giải toán phù hợp trong chương trình toán Tiểu học. Trong đó, phương pháp sơ đồ đoạn thẳng được đánh giá là một trong những phương pháp hiệu quả, trực quan, giúp học sinh hình dung rõ ràng mối quan hệ giữa các đại lượng trong bài toán, từ đó nâng cao khả năng phân tích và giải quyết vấn đề.

Cuối cùng, chương 1 cũng đã hệ thống một số dạng toán có lời văn điển hình thường gặp ở Tiểu học như: toán trung bình cộng, tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó, tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Đây là những dạng toán được lựa chọn để nghiên cứu và ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong chương tiếp theo.

Những kiến thức lý luận thu được từ chương 1 chính là nền tảng để triển khai chương 2 - nội dung trọng tâm của khóa luận, nơi thể hiện rõ việc vận dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong thực tiễn dạy học các dạng toán đã nêu.

Chương 2

ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG ĐỂ GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN CÓ LỜI VĂN ĐIỂN HÌNH

Chương 2 của khoá luận tập trung nghiên cứu về những ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về trung bình cộng, bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó, bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Từ đó đưa ra những vấn đề có liên quan đến phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

2.1. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về trung bình cộng

Nội dung môn Toán ở Tiểu học được cấu trúc theo kiểu vòng tròn đồng tâm. Cùng với việc phát triển với vòng số với 4 phép tính cộng, trừ, nhân, chia, học sinh được làm quen dần với giải các bài toán có lời văn. Ở lớp 1, 2, 3 học sinh được làm quen với các dạng toán đơn “nhiều hơn, ít hơn, gấp số lần, kém số lần”. Đến với lớp 4, 5 cùng với việc mở rộng vòng số tự nhiên lớp triệu, lớp tỉ, học về phân số, tỉ số,... học sinh được học thêm các bài toán có lời văn dạng toán hợp với nhiều dạng khác nhau như: tìm số trung bình cộng, tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó, tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó,... Trong đó dạng toán “*Tìm số trung bình cộng*” là dạng toán thường gặp, nó là một dạng toán đơn hoặc nằm trong một bài toán hợp thuộc dạng khác. Cũng như các dạng toán khác, khi giải dạng toán này học sinh thường lúng túng khi nhận dạng toán, phân tích bài toán cũng như vận dụng phương pháp giải từ đó dẫn đến những sai lầm đáng tiếc.

Đối với dạng toán này, phương pháp sơ đồ đoạn thẳng dùng để hình thành khái niệm số trung bình cộng và xây dựng quy tắc tính trung bình cộng của hai hay nhiều số. Khi giải các bài toán dạng này thông thường các em thường sử dụng quy tắc: “*Muốn tìm trung bình cộng của hai hay nhiều số, ta tính tổng của các số đó rồi lấy kết quả chia cho số các số hạng.*” Đồng thời sử dụng công thức:

1. Số trung bình cộng bằng tổng chia cho số các số hạng.
2. Tổng bằng số trung bình cộng nhân với số các số hạng.
3. Số các số hạng bằng tổng chia cho số trung bình cộng

Khi giải các bài toán về tìm số trung bình cộng, ta hướng dẫn học sinh vận dụng quy tắc nêu trên chứ không nhất thiết dùng sơ đồ đoạn thẳng. Áp dụng kiến thức cơ bản đó học sinh được làm quen với rất nhiều dạng toán về trung bình cộng, tuy nhiên có những bài toán nếu không tóm tắt bằng sơ đồ đoạn thẳng, học sinh sẽ rất khó khăn trong việc suy luận tìm ra cách giải.

**** Một số lưu ý khi giải toán trung bình cộng bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng:***

- Cần xác định rõ: Trung bình của cái gì? Có bao nhiêu giá trị liên quan? Có phải tất cả các giá trị đều đã biết chưa?

- Xác định đúng đối tượng và mối quan hệ: Trong bài toán, phải xác định rõ số lượng đối tượng, mỗi đối tượng tương ứng với một đoạn thẳng.

Nếu đề bài cho giá trị trung bình, cần suy ra tổng các giá trị từ đó.

Nếu biết một hay một vài giá trị và giá trị trung bình, có thể dùng sơ đồ để biểu diễn các giá trị còn lại.

- Biểu diễn hợp lý bằng sơ đồ đoạn thẳng: Mỗi đoạn thẳng trên sơ đồ phải thể hiện một giá trị cụ thể.

Trung bình có thể được biểu diễn như một đoạn thẳng để so sánh các giá trị cụ thể.

Các đoạn thẳng dài hơn hoặc ngắn hơn giá trị trung bình nên được đánh dấu phần hơn hoặc kém so với trung bình để từ đó lập luận.

- Nên tránh biểu diễn sơ đồ nếu không đủ dữ kiện vì có thể gây nhầm lẫn.

- Kiểm tra lại mối liên hệ giữa các giá trị: Khi có sự chênh lệch giữa các giá trị, sơ đồ đoạn thẳng giúp nhìn rõ sự chênh lệch và từ đó giải quyết bài toán qua phương pháp bù trừ hoặc đối chiếu với trung bình.

- Không lạm dụng sơ đồ khi bài toán đơn giản: Với những bài toán đơn giản chỉ cần 1 phép tính thì không cần thiết dùng sơ đồ để tránh làm học sinh rối hoặc mất thời gian.

Ví dụ 1: Một đội công nhân sửa đường bộ, ngày thứ nhất sửa được 12m đường, ngày thứ hai sửa được nhiều hơn ngày thứ nhất 1m, ngày thứ ba sửa được nhiều hơn ngày thứ nhất 2m. Hỏi trung bình mỗi ngày đội công nhân đó sửa được bao nhiêu mét đường?

Phân tích

Biết ngày thứ nhất sửa được 12m đường, ngày thứ hai sửa được nhiều hơn ngày thứ nhất 1m, do đó ta tính được số mét đường sửa được của ngày thứ hai là:

$$12 + 1 = 13 \text{ (m)}$$

Do ngày thứ ba sửa được nhiều hơn ngày thứ nhất 2m nên số mét đường sửa được của ngày thứ ba là:

$$12 + 2 = 14 \text{ (m)}$$

Từ đó ta tính được trung bình mỗi ngày đội công nhân đó sửa được số mét đường là:

$$(12 + 13 + 14) : 3 = 13 \text{ (m)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng.

Bài giải

Cách 1: Thông thường ta giải bài toán như sau:

Ngày thứ hai đội công nhân sửa được số mét đường là:

$$12 + 1 = 13 \text{ (m)}$$

Ngày thứ ba đội công nhân sửa được số mét đường là:

$$12 + 2 = 14 \text{ (m)}$$

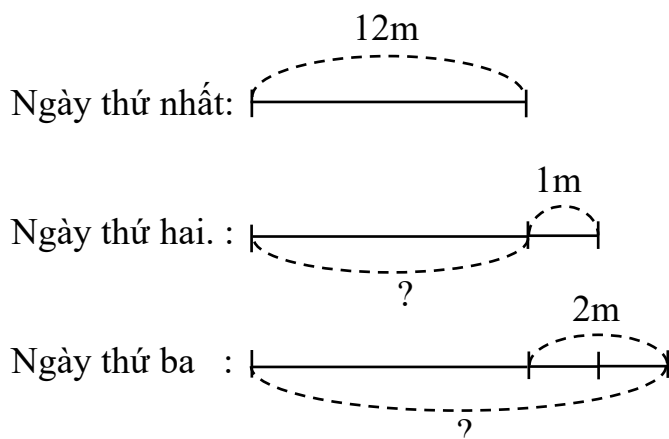
Trung bình mỗi ngày đội công nhân đó sửa được số mét đường là:

$$(12 + 13 + 14) : 3 = 13 \text{ (m)}$$

Đáp số: 13 m đường.

Cách 2: Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, nếu ta chuyển 1m của ngày thứ ba sang ngày thứ nhất thì số mét đường sửa được của cả ba ngày bằng nhau và bằng số mét của ngày thứ hai.

Vậy số mét đường đội công nhân sửa được trong ngày thứ hai hay trung bình số mét đường đội công nhân sửa được trong mỗi ngày là:

$$12 + 1 = 13 \text{ (m)}$$

Đáp số: 13 m đường.

Nhận xét:

Đối với học sinh tiểu học, cách giải 2 là cách giải trực quan hơn cách 1. Quan sát kỹ sơ đồ ta thấy nếu chuyển 1 mét từ ngày thứ ba sang ngày thứ nhất thì số mét đường sửa được trong mỗi ngày đều bằng 13m.

- Ta thấy ngay trung bình mỗi ngày đội đó sửa được 13m đường.

- Như vậy, thì sơ đồ giúp HS hình dung rõ khái niệm, đôi khi sơ đồ còn giúp các em tính nhẩm nhanh kết quả.

Ví dụ 2: Tổ một thu được 95kg rau xanh, tổ hai thu được nhiều hơn tổ một 30kg rau xanh, nhưng lại ít hơn tổ ba là 15kg rau xanh. Hỏi trung bình mỗi tổ thu được bao nhiêu ki-lô-gam rau xanh?

Phân tích

Biết tổ một thu được 95kg rau xanh, tổ hai thu được nhiều hơn tổ một 30kg rau xanh, nhưng lại ít hơn tổ ba là 15kg rau xanh.

Từ đó ta dễ dàng tính được tổng số rau cả ba tổ thu được và sau đó tính được trung bình số rau mỗi tổ thu được.

Đây là bài toán trung bình cộng.

Bài giải

Cách 1:

Số rau xanh của tổ hai thu được là:

$$95 + 30 = 125 \text{ (kg)}$$

Số rau xanh của tổ ba thu được là:

$$125 + 15 = 140 \text{ (kg)}$$

Số rau xanh cả ba tổ thu được là:

$$95 + 125 + 140 = 360 \text{ (kg)}$$

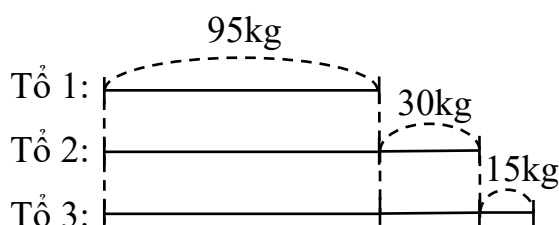
Trung bình mỗi tổ thu được số ki-lô-gam rau xanh là:

$$360 : 3 = 120 \text{ (kg)}$$

Đáp số: 120 kg.

Cách 2: Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

Ta có sơ đồ:



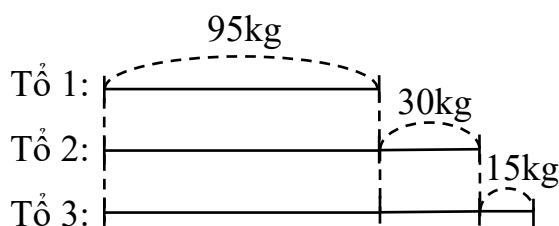
Trung bình mỗi tổ thu được số ki-lô-gam rau xanh là:

$$(95 \times 3 + 30 \times 2 + 15) : 3 = 120 \text{ (kg)}$$

Đáp số: 120 kg.

Cách 3: Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

Ta có sơ đồ:



Tổ hai và tổ ba thu được số ki-lô-gam rau xanh là:

$$(95 + 30) \times 2 + 15 = 265 \text{ (kg)}$$

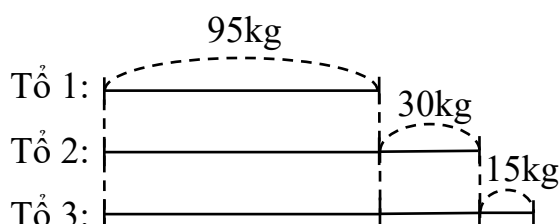
Trung bình mỗi tổ thu được số ki-lô-gam rau xanh là:

$$(95 + 265) : 3 = 120 \text{ (kg)}$$

Đáp số: 120 kg.

Cách 4: Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, cả ba tổ thu được số ki-lô-gam rau xanh là:

$$95 \times 3 + 30 \times 2 + 15 = 360 \text{ (kg)}$$

Trung bình mỗi tổ thu được số ki-lô-gam rau xanh là:

$$360 : 3 = 120 \text{ (kg)}$$

Đáp số: 120 kg.

Nhận xét:

Nhìn vào sơ đồ chúng ta dễ dàng tính được tổng số rau xanh cả ba tổ thu được luôn mà không phải đi tính số rau của từng tổ thu được rồi mới tính được tổng.

Qua ví dụ trên ta thấy rõ ràng nếu không biểu diễn bằng sơ đồ đoạn thẳng thì HS không thể nhanh chóng suy luận được mối quan hệ giữa tổ ba với tổ một và cũng không tìm ra nhiều cách giải khác hay, độc đáo được như vậy.

Dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng sẽ giúp HS hiểu được đề bài và giúp HS tìm được cách giải bài toán một cách dễ dàng, đồng thời thấy được mối liên hệ giữa các đại lượng trong bài.

Ví dụ 3: Trong hai ngày Lan đã đọc xong một quyển truyện. Ngày thứ nhất Lan đọc được 20 trang, ngày thứ hai Lan đọc được 40 trang. Hỏi nếu mỗi ngày Lan đọc được số trang sách đều như nhau thì mỗi ngày sẽ đọc được bao nhiêu trang?

Phân tích

Biết ngày thứ nhất Lan đọc được 20 trang, ngày thứ hai Lan đọc được 40 trang. Do đó, tổng số trang sách Lan đọc được trong hai ngày là:

$$20 + 40 = 60 \text{ (trang)}$$

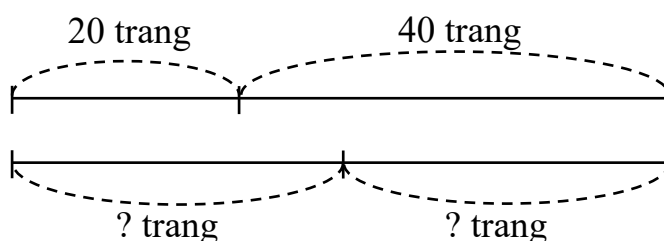
Từ tổng số trang sách Lan đọc được trong hai ngày ta tính được trung bình số trang sách Lan đọc được trong mỗi ngày là:

$$60 : 2 = 30 \text{ (trang)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ sau:



Số trang sách Lan đọc được trong hai ngày là:

$$20 + 40 = 60 \text{ (trang)}$$

Số trang sách Lan đọc đều như nhau trong mỗi ngày là:

$$60 : 2 = 30 \text{ (trang)}$$

Đáp số: 30 trang.

Ví dụ 4: Số dân của một xã trong 3 năm liên tăng lần lượt là: 96 người, 82 người, 71 người. Hỏi trung bình mỗi năm số dân của xã đó tăng thêm bao nhiêu người?

Phân tích

Biết số dân của một xã trong 3 năm liên tăng lần lượt là: 96 người, 82 người, 71 người. Nên ta tính được tổng số dân ở xã tăng trong ba năm qua

$$96 + 82 + 71 = 249 \text{ (người)}$$

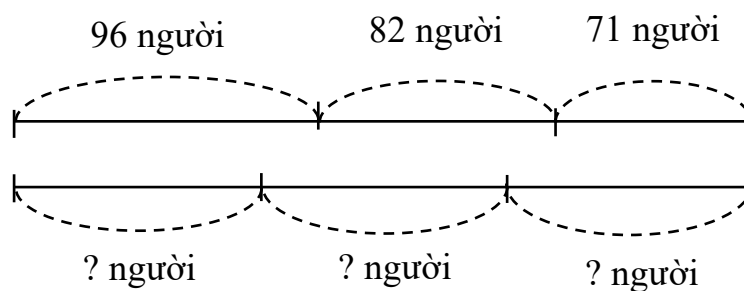
Từ đó ta tính được trung bình mỗi năm ở xã tăng số người như sau:

$$249 : 3 = 83 \text{ (người)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ sau:



Theo sơ đồ, tổng số dân ở xã tăng trong ba năm qua là:

$$96 + 82 + 71 = 249 \text{ (người)}$$

Trung bình mỗi năm ở xã tăng số người là:

$$249 : 3 = 83 \text{ (người)}$$

Đáp số: 83 người.

Ví dụ 5: Lớp 4A trồng được 21 cây, lớp 4B trồng được 22 cây, lớp 4C trồng được 29 cây, lớp 4D trồng được số cây bằng trung bình cộng số cây trồng được của 4 lớp. Hỏi lớp 4D trồng được bao nhiêu cây?

Phân tích

Biết lớp 4A trồng được 21 cây, lớp 4B trồng được 22 cây, lớp 4C trồng được 29 cây, lớp 4D trồng được số cây bằng trung bình cộng số cây trồng được của 4 lớp.

Ta thấy tổng số cây của 4 lớp được chia thành 4 phần bằng nhau thì số cây của lớp 4D là một phần và tổng số cây của 3 lớp còn lại sẽ là 3 phần.

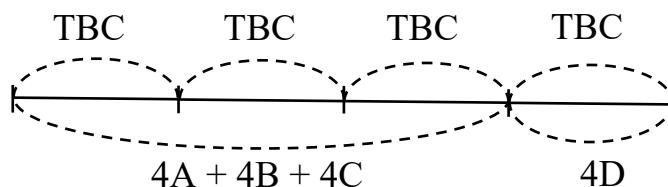
Như thế trung bình cộng số cây của cả 4 lớp chính bằng trung bình cộng số cây của 3 lớp 4A, 4B, 4C. Ta tính được trung bình cộng số cây của 3 lớp trồng được hay số cây lớp 4D trồng được là:

$$(21 + 22 + 29) : 3 = 24 \text{ (cây)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta có:

Lớp 4D trồng được số cây là:

$$(21 + 22 + 29) : 3 = 24 \text{ (cây)}$$

Đáp số: 24 cây.

Ví dụ 6: An có 24 cái kẹo. Bình có 28 cái kẹo. Cường có số cái kẹo bằng trung bình cộng của 3 bạn. Hỏi Cường có bao nhiêu cái kẹo?

Phân tích

Biết số kẹo của mỗi bạn An và Bình, trong đó An có 24 cái kẹo, Bình có 28 cái kẹo.

Do An có 24 cái kẹo, Bình có 28 cái kẹo, Cường có số cái kẹo bằng trung bình cộng của 3 bạn. Nên ta tính được 2 lần trung bình cộng số kẹo của ba bạn là:

$$24 + 28 = 52 \text{ (cái)}$$

Từ đây ta tính được trung bình cộng số kẹo của 3 bạn hay số kẹo của Cường

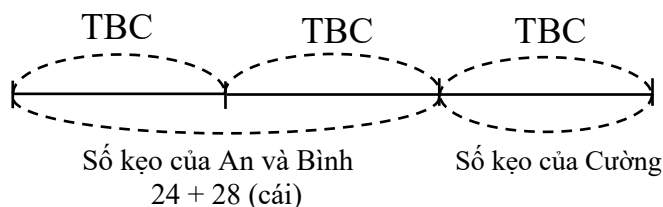
$$52 : 2 = 26 \text{ (cái)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Cách 1:

Ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta thấy:

2 lần trung bình cộng số kẹo của ba bạn là:

$$24 + 28 = 52 \text{ (cái)}$$

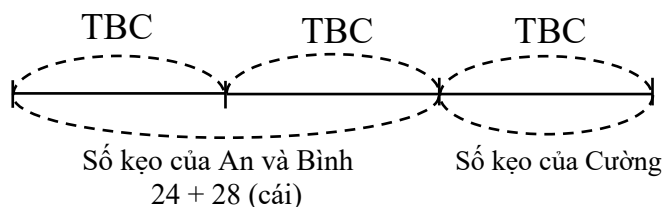
Trung bình cộng số kẹo của ba bạn hay số kẹo của Cường là:

$$52 : 2 = 26 \text{ (cái)}$$

Đáp số: 26 cái kẹo.

Cách 2:

Ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta có:

Số kẹo của Cường là:

$$(24 + 28) : 2 = 26 \text{ (cái)}$$

Đáp số: 26 cái kẹo.

Nhận xét: Một trong các số đã cho bằng trung bình cộng của các số còn lại thì số đó chính bằng trung bình cộng của tất cả các số đã cho.

Ví dụ 7: Lan có 30 viên kẹo, Bình có 12 viên kẹo. Hoa có số viên kẹo lớn hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 4 viên. Hỏi Hoa có bao nhiêu viên kẹo?

Phân tích

Biết Lan có 30 viên kẹo, Bình có 12 viên kẹo, Hoa có số viên kẹo lớn hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 4 viên. Nên 2 lần trung bình cộng số kẹo của ba bạn là:

$$30 + 12 + 4 = 46 \text{ (viên kẹo)}$$

Từ đây ta tính được trung bình cộng số kẹo của ba bạn:

$$46 : 2 = 23 \text{ (viên kẹo)}$$

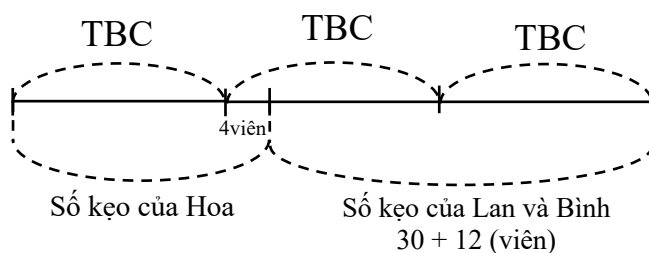
Hoa có số viên kẹo lớn hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 4 viên nên số kẹo của Hoa:

$$23 + 4 = 27 \text{ (viên kẹo)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta thấy:

2 lần trung bình cộng số kẹo của ba bạn là:

$$30 + 12 + 4 = 46 \text{ (viên kẹo)}$$

Trung bình cộng số kẹo của ba bạn là:

$$46 : 2 = 23 \text{ (viên kẹo)}$$

Số kẹo của Hoa là:

$$23 + 4 = 27 \text{ (viên kẹo)}$$

Đáp số: 27 viên kẹo.

Ví dụ 8: Bình có 8 quyển vở, Nguyên có 4 quyển vở. Mai có số vở ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 2 quyển. Hỏi số vở của mai là bao nhiêu?

Phân tích

Biết Bình có 8 quyển vở, Nguyên có 4 quyển vở, Mai có số vở ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 2 quyển. Nên 2 lần trung bình cộng số quyển vở của ba bạn là:

$$8 + 4 - 2 = 10 \text{ (quyển)}$$

Từ đây ta tính được trung bình cộng số quyển vở của ba bạn:

$$10 : 2 = 5 \text{ (quyển)}$$

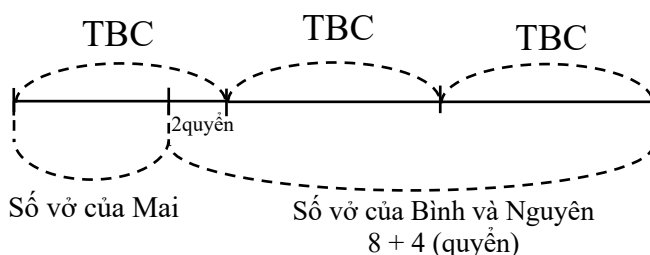
Do Mai có số vở ít hơn trung bình cộng của cả ba bạn là 2 quyển nên số quyển vở của Mai là:

$$5 - 2 = 3 \text{ (quyển)}$$

Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta thấy:

2 lần trung bình cộng số quyền vợ của ba bạn là:

$$8 + 4 - 2 = 10 \text{ (quyền)}$$

Trung bình cộng số quyền vợ của ba bạn là:

$$10 : 2 = 5 \text{ (quyền)}$$

Số quyền vợ của Mai là:

$$5 - 2 = 3 \text{ (quyền)}$$

Đáp số: 3 quyền vợ.

Ví dụ 9: Trung bình cộng của ba số là 75. Nếu thêm 0 vào bên phải số thứ hai thì được số thứ nhất. Nếu ta gấp số thứ hai lên 4 lần thì được số thứ ba. Tìm ba số đó.

Phân tích

Biết trung bình cộng của ba số là 75. Từ đó tính được tổng của ba số là:

$$75 \times 3 = 225$$

Nếu thêm 0 vào bên phải số thứ hai thì số thứ hai sẽ tăng lên 10 lần và bằng số thứ nhất. Do đó nếu ta coi số thứ hai là 1 phần thì số thứ nhất sẽ là một đoạn thẳng gồm 10 phần như thế.

Nếu ta gấp số thứ hai lên 4 lần thì được số thứ ba. Do đó số thứ ba sẽ là một đoạn thẳng gấp 4 lần số thứ hai.

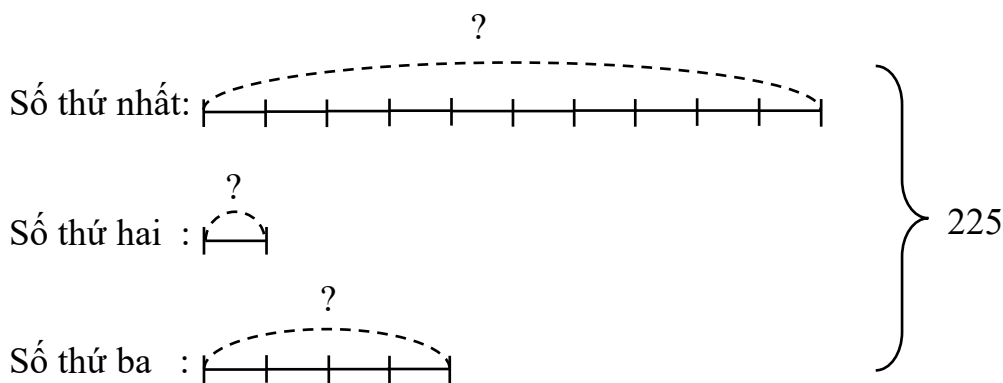
Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Tổng của ba số là:

$$75 \times 3 = 225$$

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$10 + 1 + 4 = 15 \text{ (phần)}$$

Số thứ hai là:

$$225 : 15 \times 1 = 15$$

Số thứ nhất là:

$$15 \times 10 = 150$$

Số thứ ba là:

$$15 \times 4 = 60$$

Đáp số: 150, 15, 60.

Ví dụ 10: Trung bình cộng của 3 số là 63. Tìm số thứ ba, biết số thứ nhất gấp đôi số thứ hai, số thứ hai gấp đôi số thứ ba.

Phân tích

Biết trung bình cộng của 3 số là 63.

Bài toán cho trung bình cộng của 3 số nên ta tìm được tổng của 3 số là:

$$63 \times 3 = 189$$

Do số thứ hai gấp đôi số thứ ba nên nếu ta coi số thứ ba là 1 phần thì số thứ hai sẽ là 2 phần như thế. Do số thứ nhất gấp đôi số thứ hai nên số thứ nhất sẽ bằng 4 phần bằng nhau như thế.

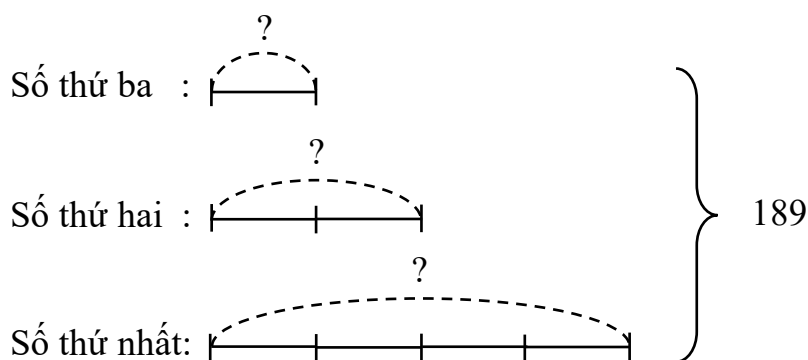
Đây là bài toán trung bình cộng, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Tổng của 3 số là:

$$63 \times 3 = 189$$

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$1 + 2 + 4 = 7 \text{ (phần)}$$

Số thứ ba là:

$$189 : 7 \times 1 = 27$$

Số thứ hai là:

$$27 \times 2 = 54$$

Số thứ nhất là:

$$54 \times 2 = 108$$

Đáp số: 108; 54; 27.

Nhận xét: Khi dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về trung bình cộng ta thấy rằng:

- Phương pháp này rất phù hợp với học sinh tiểu học do tính trực quan, dễ hiểu và gần gũi với học sinh.
- Giúp học sinh trực quan hoá được “trung bình cộng” là chia đều.
- Tạo điều kiện cho học sinh phân tích và so sánh các đại lượng một cách trực tiếp, từ đó dễ dàng xác định phần thiếu, phần thừa để đưa về cùng một mức trung bình.

Bài tập thực hành

Bài 1: Số trung bình cộng của hai số bằng 28. Biết một trong hai số đó bằng 30, tìm số còn lại.

Đáp số: 26

Bài 2: Cho hai số biết số lớn là 2634 và số này lớn hơn trung bình cộng của hai số là 138. Tìm số bé.

Đáp số: 2358

Bài 3: Trung bình cộng của 3 số bằng 19. Nếu tăng số thứ nhất gấp đôi thì trung bình cộng của chúng bằng 24. Nếu tăng số thứ hai gấp đôi thì trung bình cộng của chúng bằng 25. Tìm 3 số đó.

Đáp số: số thứ nhất: 15; số thứ hai: 18; số thứ ba: 24.

Bài 4: Một cửa hàng lương thực, ngày thứ nhất bán được 86kg gạo, ngày thứ hai bán được hơn ngày thứ nhất 36kg, ngày thứ ba bán được số gạo bằng trung bình cộng của số gạo đã bán trong ba ngày. Hỏi cả 3 ngày cửa hàng đã bán được bao nhiêu ki-lô-gam gạo?

Đáp số: 312kg gạo.

Bài 5: Lớp 4A quyên góp được 33 quyển vở, lớp 4B quyên góp được 28 quyển vở, lớp 4C quyên góp được nhiều hơn lớp 4B 7 quyển vở. Hỏi trung bình mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển vở?

Đáp số: 32 quyển vở.

Bài 6: Trung bình cộng của tuổi ông, tuổi bố và tuổi cháu là 36 tuổi. Trung bình cộng tuổi của bố và tuổi của cháu là 23 tuổi, ông hơn cháu 54 tuổi. Hỏi tuổi của mỗi người là bao nhiêu?

Đáp số: ông 62 tuổi; bố 38 tuổi; con 8 tuổi.

Bài 7: Khối lớp 4 của một trường tiểu học tham gia trồng cây trong vườn sinh thái của trường. Lớp 4A trồng được 35 cây, lớp 4B trồng được nhiều hơn lớp 4A 12 cây, lớp 4C trồng được ít hơn lớp 4B 5 cây. Lớp 4B trồng được ít hơn trung bình số cây bốn lớp trồng được là 7 cây. Hỏi khối lớp 4 trồng được tất cả bao nhiêu cây?

Đáp số: 156 cây.

Bài 8: Thành tích trồng cây trong lễ phát động “Tết trồng cây” của trường Tiểu học Nguyễn Tri Phương như sau: Khối 2 trồng được 195 cây; khối 3 trồng được 205 cây; khối 4 trồng được hơn mức trung bình của 3 khối 2, 3, 4 là 14 cây. Khối 5 trồng được kém mức trung bình của cả 4 khối là 9 cây. Tính số cây trồng được của khối 4 và khối 5?

Đáp số: khối 4 trồng được: 221 cây; khối 5 trồng được: 195 cây.

Bài 9: Thùng thứ nhất có 50 lít dầu, thùng thứ hai có 37 lít dầu. Thùng thứ ba có nhiều hơn trung bình cộng số dầu của cả ba thùng là 9 lít dầu. Hỏi thùng thứ ba có bao nhiêu lít dầu?

Đáp số: 57 lít dầu.

Bài 10: Khối Năm của một trường Tiểu học có 3 lớp, trong đó lớp 5A có 40 học sinh, lớp 5B có 42 học sinh, lớp 5C có số học sinh nhiều hơn trung bình cộng số học sinh của cả 3 lớp là 4 học sinh. Hỏi lớp 5C có bao nhiêu học sinh?

Đáp số: 47 học sinh.

Bài 11: Số thứ nhất là 267, số thứ hai lớn hơn số thứ nhất 32 đơn vị nhưng kém số thứ ba 51 đơn vị. Số thứ tư hơn trung bình cộng của cả bốn số là 8 đơn vị. Tìm số thứ tư.

Đáp số: 316

2.2. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó

Với dạng toán “*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*”, đây là dạng toán yêu cầu cần phải tìm hai số. Hai số này chưa biết nhưng bài toán cho biết tổng của hai số và hiệu của hai số. Đây là dạng toán khó trong chương trình toán lớp 4 và lớp 5, hiểu được dạng toán này sẽ giúp học sinh nắm vững phương pháp tìm hai ẩn số trong một bài toán và rèn luyện khả năng tư duy cao. Hơn nữa, việc sử dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để hướng dẫn học sinh giải dạng toán “*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*” sẽ giúp học sinh hiểu được bản chất và cách giải dạng toán này một cách dễ dàng.

Để giúp học sinh giải tốt dạng toán này, trước hết giáo viên cần hướng dẫn học sinh xác định đâu là tổng và đâu là hiệu số? Nhìn chung, những bài toán trong sách đều cho biết tổng và hiệu hai số cần tìm, tuy nhiên cũng có những bài chưa cho biết trực tiếp tổng và hiệu của hai số cần tìm mà thông qua một đại lượng trung gian đòi hỏi học sinh phải tìm. Khi giáo viên hướng dẫn học sinh, cần lưu ý cách biểu thị số lớn, số bé, biểu thị tổng, hiệu tránh trường hợp học sinh vẽ sơ đồ quá rườm rà không làm rõ được yếu tố cơ bản.

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng là một công cụ trực quan và hiệu quả giúp học sinh hiểu rõ bản chất của bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng. Thay vì chỉ sử dụng công thức tính toán, sơ đồ đoạn thẳng giúp học sinh hình dung quan hệ giữa hai số, từ đó tìm ra cách giải phù hợp.

Phương pháp này giúp học sinh dễ dàng nhận diện số lớn và số bé dựa trên tổng và hiệu. Khi vẽ sơ đồ, ta biểu diễn số lớn bằng một đoạn dài hơn và số bé bằng một đoạn ngắn hơn, từ đó có thể nhìn thấy trực quan sự chênh lệch giữa hai số, giúp học sinh hiểu bài toán một cách trực tiếp, thay vì phải tư duy thuần túy dựa trên con số.

Ngoài ra, sơ đồ đoạn thẳng còn hỗ trợ học sinh trong việc suy luận logic và phát triển tư duy toán học. Khi học sinh nhìn vào sơ đồ, các em sẽ nhận ra rằng nếu cộng thêm hiệu vào số bé, ta sẽ được số lớn, hoặc nếu chia tổng thành hai phần bằng nhau sau khi điều chỉnh hiệu, ta sẽ tìm được hai số cần tìm. Điều này giúp học sinh tiếp cận bài toán theo cách hệ thống và dễ dàng kiểm tra lại kết quả.

Hơn nữa, phương pháp này còn phù hợp với nhiều đối tượng học sinh, đặc biệt là những em có tư duy hình ảnh mạnh hơn tư duy số học. Việc kết hợp sơ đồ với công thức sẽ giúp nâng cao hiệu quả học tập và tăng khả năng ứng dụng toán học vào thực tế.

**** Một số lưu ý khi giải bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng:***

- Hiểu rõ bản chất của bài toán: Bài toán cho biết tổng và hiệu của hai số đó, nghĩa là:

Số lớn cộng với số bé bằng tổng.

Số lớn trừ đi số bé bằng hiệu.

Trong đó Tổng và Hiệu là các số đã biết.

- Xác định đại lượng cần biểu diễn bằng sơ đồ đoạn thẳng: Thường chọn số lớn hoặc số bé làm đại lượng cơ sở, biểu diễn bằng đoạn thẳng.

Dựa vào hiệu để thể hiện phần chênh lệch giữa 2 đoạn.

Dựa vào tổng để biểu diễn toàn bộ chiều dài của 2 đoạn thẳng khi gộp lại.

- Vẽ sơ đồ rõ ràng, tỷ lệ hợp lý: Chia đoạn thẳng thành các phần tương ứng, biểu thị rõ hai số cần tìm và tổng là tổng chiều dài hai đoạn.

Chú thích rõ ràng từng phần trên sơ đồ: ghi rõ phần nào là “hiệu”, phần nào là “phần bằng nhau”.

- Tránh các sai lầm thường gặp: Không xác định đúng số nào lớn, số nào bé.

Vẽ sơ đồ không hợp lý dẫn đến hiểu sai bản chất bài toán.

Bỏ qua bước kiểm tra lại kết quả (đối chiếu với tổng và hiệu đã cho).

Ví dụ 1: Tổng của hai số là 70, hiệu của hai số đó là 10. Tìm hai số đó.

Phân tích

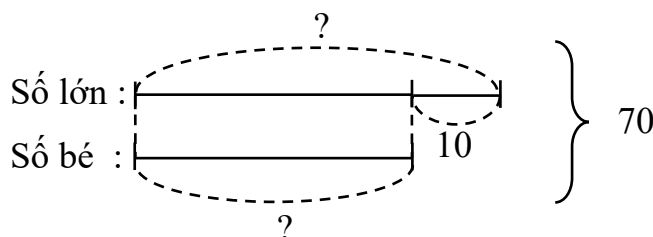
Biết tổng của hai số là 70.

Hiệu của hai số là 10.

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hai lần số bé là:

$$70 - 10 = 60$$

Số bé là:

$$60 : 2 = 30$$

Số lớn là:

$$30 + 10 = 40$$

Đáp số: Số bé là 30;

Số lớn là 40.

Ví dụ 2: Tổng hai số lẻ liên tiếp là 56. Tìm hai số đó?

Phân tích

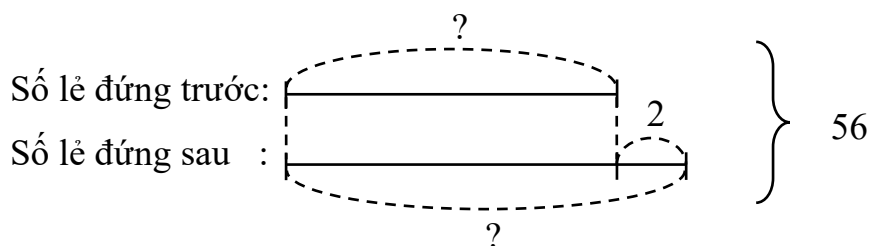
Biết tổng của hai số lẻ liên tiếp là 56.

Do hai số lẻ liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị nên số lẻ đứng trước sẽ hơn số lẻ đứng sau 2 đơn vị. Từ đó tìm ra được hiệu giữa số lẻ đứng trước và số lẻ đứng sau là 2.

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hai lần số lẻ đứng trước là:

$$56 - 2 = 54$$

Số lẻ đứng trước là:

$$54 : 2 = 27$$

Số lẻ đứng sau là:

$$27 + 2 = 29$$

Đáp số: Số lẻ đứng trước: 27;

Số lẻ đứng sau: 29.

Ví dụ 3: Cả hai lớp 4A và 4B trồng được 600 cây. Lớp 4A trồng được nhiều hơn lớp 4B là 50 cây. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây?

Phân tích

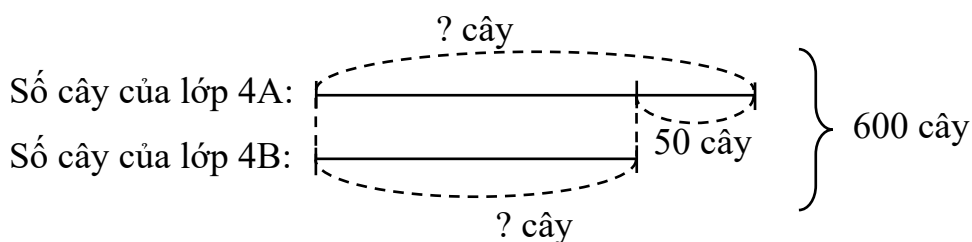
Biết tổng số cây hai lớp trồng được là 600 cây.

Hiệu số cây giữa lớp 4A và 4B là 50 cây.

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Số cây lớp 4A trồng được là:

$$(600 + 50) : 2 = 325 \text{ (cây)}$$

Số cây lớp 4B trồng được là:

$$600 - 325 = 275 \text{ (cây)}$$

Đáp số: Số cây lớp 4A: 325 cây;

Số cây lớp 5A: 275 cây.

Ví dụ 4: Tuổi chị và tuổi em cộng lại được 36 tuổi. Em kém chị 8 tuổi. Hỏi chị bao nhiêu tuổi, em bao nhiêu tuổi?

Phân tích

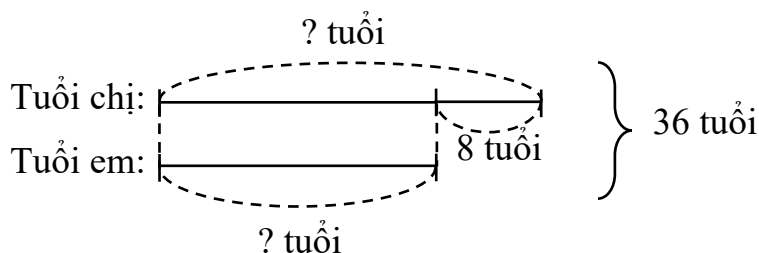
Biết tổng số tuổi của hai chị em là 36 tuổi.

Hiệu số tuổi giữa tuổi của chị và tuổi của em là 8 tuổi.

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hai lần tuổi em là:

$$36 - 8 = 28 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của em là:

$$28 : 2 = 14 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của chị là:

$$14 + 8 = 22 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Tuổi chị là 22 tuổi;

Tuổi em là 14 tuổi.

Ví dụ 5: Hai hộp bi có tổng cộng 155 viên bi, biết rằng nếu thêm vào hộp bi thứ nhất 8 viên bi và thêm vào hộp thứ hai 17 viên bi thì hai hộp có số bi bằng nhau. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu viên bi?

Phân tích

Biết tổng số viên bi ở cả hai hộp là 155 viên bi.

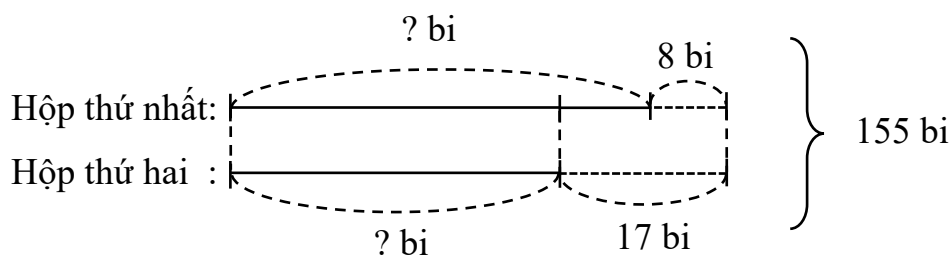
Nếu thêm vào hộp bi thứ nhất 8 viên bi và thêm vào hộp thứ hai 17 viên bi thì hai hộp có số bi bằng nhau. Như vậy số viên bi ở hộp thứ hai ít hơn số viên bi ở hộp thứ nhất, ta tìm được số viên bi ở hộp thứ hai ít hơn số viên bi ở hộp thứ nhất

$$17 - 8 = 9 \text{ (viên bi)}$$

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Số bi của hộp thứ nhất nhiều hơn số bi của hộp thứ hai là:

$$17 - 8 = 9 \text{ (viên bi)}$$

Hai lần số bi hộp thứ nhất là:

$$155 + 9 = 164 \text{ (viên bi)}$$

Số bi của hộp thứ nhất là:

$$164 : 2 = 82 \text{ (viên bi)}$$

Số bi của hộp thứ hai là:

$$82 - 9 = 73 \text{ (viên bi)}$$

Đáp số: Hộp thứ nhất: 82 viên bi;

Hộp thứ hai: 73 viên bi.

Ví dụ 6: Hai ngăn sách có tổng số sách là số chẵn lớn nhất có 3 chữ số khác nhau. Người ta chuyển 78 quyển sách từ ngăn dưới lên ngăn trên thì số sách còn lại ở ngăn dưới ít hơn số sách hiện có ở ngăn trên là 28 quyển. Hỏi lúc đầu, mỗi ngăn có bao nhiêu quyển sách.

Phân tích

Biết tổng số sách là số chẵn lớn nhất có 3 chữ số khác nhau. Số chẵn lớn nhất có 3 chữ số khác nhau là số 986.

Khi chuyển 78 quyển sách từ ngăn dưới lên ngăn trên thì số sách còn lại ở ngăn dưới ít hơn số sách hiện có ở ngăn trên là 28 quyển. Vậy tính được số quyển sách ở ngăn dưới nhiều hơn số quyển sách ở ngăn trên

$$78 \times 2 - 28 = 128 \text{ (quyển)}$$

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

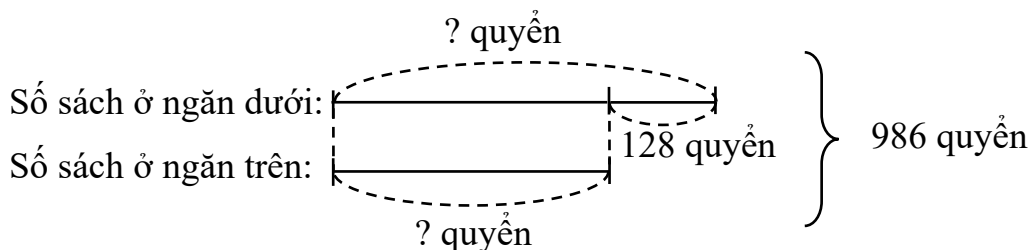
Số chẵn lớn nhất có 3 chữ số khác nhau là số 986.

Vậy tổng số sách ở hai ngăn là 986 quyển.

Khi chuyển 78 quyển sách từ ngăn dưới lên ngăn trên thì số sách còn lại ở ngăn dưới ít hơn số sách hiện có ở ngăn trên là 28 quyển. Vậy lúc đầu ngăn dưới nhiều hơn ngăn trên số quyển sách là:

$$78 \times 2 - 28 = 128 \text{ (quyển)}$$

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hai lần số sách ở ngăn trên là:

$$986 - 128 = 858 \text{ (quyển)}$$

Số sách ở ngăn trên là:

$$858 : 2 = 429 \text{ (quyển)}$$

Số sách ở ngăn dưới là:

$$986 - 429 = 557 \text{ (quyển)}$$

Đáp số: Ngăn trên: 429 quyển;

Ngăn dưới: 557 quyển.

Ví dụ 7: Hai bao gạo cân nặng tổng cộng 147kg, biết rằng nếu lấy ra ở bao gạo thứ nhất 5kg và bao gạo thứ hai 22kg thì số gạo còn lại ở hai bao gạo bằng nhau. Hỏi mỗi bao có bao nhiêu ki-lô-gam gạo?

Phân tích

Biết tổng số gạo ở bao thứ nhất và số gạo ở bao thứ hai là 147kg.

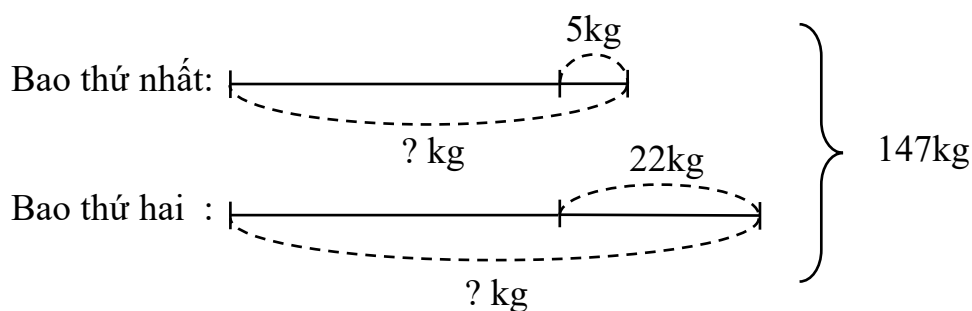
Nếu lấy ra ở bao gạo thứ nhất 5kg và bao gạo thứ hai 22kg thì số gạo còn lại ở hai bao gạo bằng nhau. Như vậy, ta tính được số gạo ở bao thứ hai nhiều hơn số gạo ở bao thứ nhất

$$22 - 5 = 17 \text{ (kg)}$$

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Số gạo bao thứ hai nhiều hơn bao thứ nhất là:

$$22 - 5 = 17 \text{ (kg)}$$

Hai lần số gạo bao thứ nhất là:

$$147 - 17 = 130 \text{ (kg)}$$

Số gạo ở bao thứ nhất là:

$$130 : 2 = 65 \text{ (kg)}$$

Số gạo ở bao thứ hai là:

$$65 + 17 = 82 \text{ (kg)}$$

Đáp số: Bao thứ nhất: 65kg;

Bao thứ hai: 82kg.

Ví dụ 8: An và Bình tham gia trò chơi ném bóng vào rổ. Cả hai bạn ném được vào rổ 70 quả bóng, biết rằng nếu Bình ném thêm được 16 quả bóng thì hai bạn có số quả bóng bằng nhau. Hỏi mỗi bạn ném được vào rổ bao nhiêu quả bóng?

Phân tích

Biết tổng số bóng mà hai bạn ném được vào rổ là 70 quả.

Nếu Bình ném thêm vào rổ 16 quả nữa thì hai bạn có số bóng bằng nhau.

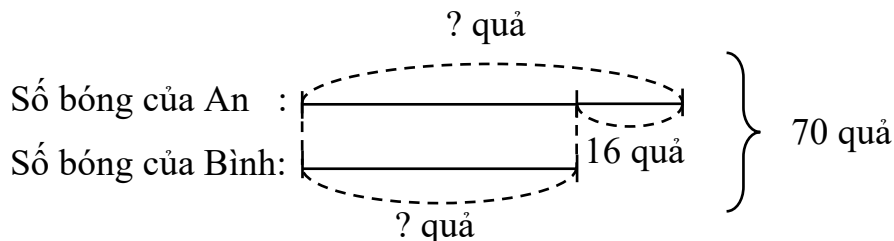
Như vậy bài toán đã có hiệu, ta tìm được tổng số bóng khi Bình ném thêm vào rổ 16 quả

$$70 + 16 = 86 \text{ (quả bóng)}$$

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hai lần số bóng của An là:

$$70 + 16 = 86 \text{ (quả bóng)}$$

Số bóng của An là:

$$86 : 2 = 43 \text{ (quả bóng)}$$

Số bóng của Bình là:

$$63 - 16 = 27 \text{ (quả bóng)}$$

Đáp số: An: 43 quả bóng;

Bình: 27 quả bóng.

* Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng học sinh không chỉ giải được bài toán “*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*” mà còn giải được một số bài toán phức tạp hơn trong trường hợp tìm ba số hay tìm bốn số khi biết tổng và hiệu của từng số.

Ví dụ 9: Trong một buổi lao động trồng cây, lớp 5A trồng được nhiều hơn lớp 5B 20 cây, số cây của lớp 5B bằng số cây của lớp 5C, còn lớp 5D ít hơn lớp 5A 12 cây. Biết tổng số cây trồng được là 348 cây. Hỏi mỗi lớp đã trồng được bao nhiêu cây?

Phân tích

Biết tổng số cây của bốn lớp trồng được 572 cây.

Hiệu số cây giữa số cây lớp 5A trồng được và số cây lớp 5B trồng được là 20 cây.

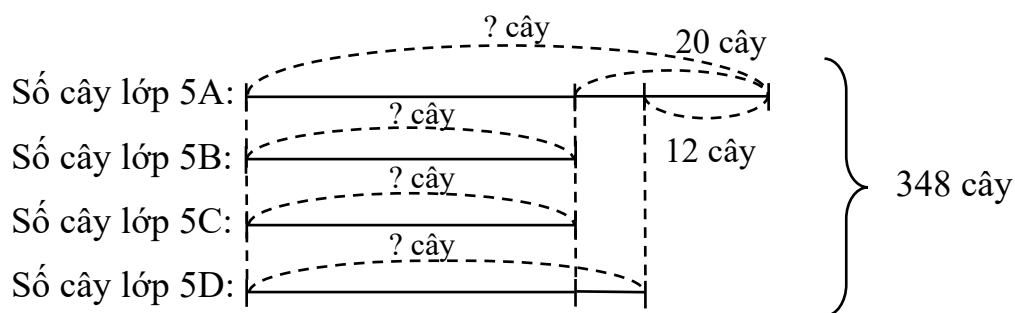
Hiệu số cây giữa số cây lớp 5A trồng được và số cây lớp 5C trồng được là 20 cây.

Hiệu số cây giữa số cây lớp 5A trồng được và số cây lớp 5D trồng được là 12 cây.

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Lớp 5D trồng nhiều hơn lớp 5B số cây là:

$$20 - 12 = 8 \text{ (cây)}$$

Số cây lớp 5B trồng được là:

$$(348 - 20 - 8) : 4 = 80 \text{ (cây)}$$

Số cây lớp 5C trồng được bằng số cây lớp 5B trồng được và bằng 80 cây.

Số cây lớp 5A trồng được là:

$$80 + 20 = 100 \text{ (cây)}$$

Số cây lớp 5D trồng được là:

$$80 + 8 = 88 \text{ (cây)}$$

Đáp số: Số cây lớp 5A: 100 cây;

Số cây lớp 5B: 80 cây;

Số cây lớp 5C: 80 cây;

Số cây lớp 5D: 88 cây.

Ví dụ 10: Trước đây 5 năm tuổi 3 mẹ con cộng lại bằng 58. Sau đây 5 năm mẹ hơn chị 25 tuổi và hơn em 31 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Phân tích

Vì hiệu số tuổi của hai người không thay đổi theo thời gian nên hiện nay mẹ hơn chị 25 tuổi và hơn em 31 tuổi.

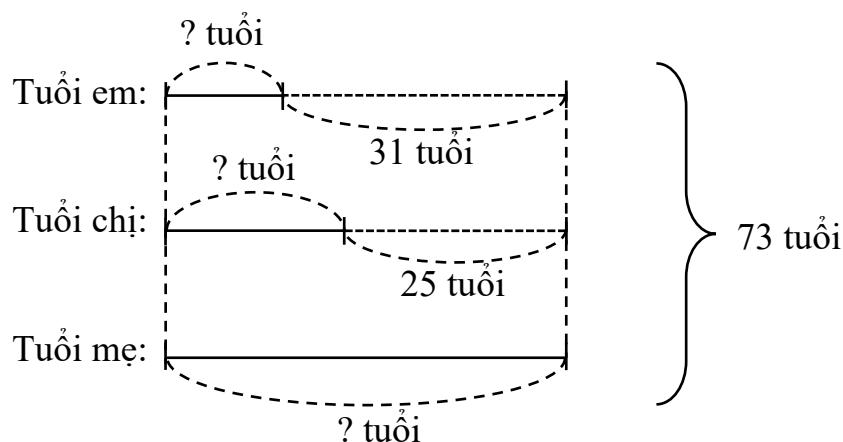
Biết cách đây 5 năm tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58. Như vậy cho đến hiện nay mỗi người thêm 5 tuổi, nên ta tính được tổng số tuổi của ba mẹ con hiện nay

$$58 + 5 \times 3 = 73 \text{ (tuổi)}$$

Đây là bài toán tổng - hiệu, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Vì hiệu số tuổi của hai người không thay đổi theo thời gian nên ta có sơ đồ biểu diễn tuổi của ba mẹ con hiện nay là:



Theo sơ đồ, ba lần tuổi mẹ là:

$$73 + 31 + 25 = 129 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi mẹ hiện nay là:

$$129 : 3 = 43 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi chị hiện nay là:

$$43 - 25 = 18 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi em hiện nay là:

$$43 - 31 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Mẹ: 43 tuổi;

Chị: 18 tuổi;

Em: 12 tuổi.

Nhận xét: Khi dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, ta thấy rằng:

- Phương pháp này đặc biệt phù hợp với học sinh tiểu học, giúp các em hình dung mối quan hệ giữa hai số một cách dễ dàng hơn so với việc sử dụng các công thức trừu tượng.

- Giúp HS nhận biết được một số là “nhiều hơn” hay “ít hơn” số còn lại bao nhiêu đơn vị, từ đó xác định được phần chênh lệch (hiệu) giữa chúng.

- Sơ đồ đoạn thẳng hỗ trợ HS trong việc lập kế hoạch giải bài toán. Bằng cách quan sát sơ đồ, các em có thể dễ dàng xác định các bước cần thiết để tìm ra hai số cần tìm.

Bài tập thực hành

Bài 1: Tuổi bố và tuổi con cộng lại được 58 tuổi. Bố hơn con 38 tuổi. Hỏi bố bao nhiêu tuổi, con bao nhiêu tuổi?

Đáp số: Bố 48 tuổi; con 10 tuổi.

Bài 2: Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi là 120m. Tính diện tích thửa ruộng đó, biết nếu tăng chiều rộng 5m và giảm chiều dài 5m thì thửa ruộng đó trở thành hình vuông?

Đáp số: 875 m²

Bài 3: Tổng của hai số là số chẵn lớn nhất có bốn chữ số, hiệu hai số là số lớn nhất có hai chữ số chẵn. Tìm hai số đó.

Đáp số: 5028; 4950.

Bài 4: Một hình chữ nhật có tổng chiều dài và chiều rộng là 196m, chiều dài hơn chiều rộng 46m. Tìm chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

Đáp số: Chiều dài 121m; chiều rộng 75m.

Bài 5: Ba lớp A, B, C mua tất cả 120 quyển vở. Tính số vở của mỗi lớp biết rằng nếu lớp 4A chuyển cho lớp 4B 10 quyển, cho lớp 4C 5 quyển thì số quyển vở của ba lớp sẽ bằng nhau.

Đáp số: Lớp 4A 55 quyển vở; lớp 4B 30 quyển vở; lớp 4C 35 quyển vở.

Bài 6: Hai thùng đựng được tất cả 36 lít nước. Nếu lấy bớt 4 lít nước ở thùng thứ nhất để vào thùng thứ hai thì thùng thứ hai đựng nhiều hơn thùng thứ nhất 6 lít. Hỏi mỗi thùng đựng được bao nhiêu lít nước?

Đáp số: Thùng thứ nhất 19 lít nước; thùng thứ hai 17 lít nước.

Bài 7: Bố hơn con 28 tuổi. Ba năm nữa số tuổi của hai bố con tròn 50 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: Bố 36 tuổi; con 8 tuổi.

Bài 8: Ba phân xưởng làm bánh làm được 3700 cái bánh. Biết rằng nếu phân xưởng 1 làm thêm 500 cái bánh và phân xưởng 2 làm giảm đi 300 cái bánh thì

sô bánh 3 phân xưởng làm được bằng nhau. Hỏi mỗi phân xưởng làm được bao nhiêu cái bánh?

Đáp số: Phân xưởng một 800 cái bánh; phân xưởng hai 1600 cái bánh; phân xưởng ba 1300 cái bánh.

Bài 9: Một trang trại vắt sữa bò, mỗi ngày vắt được hai thùng có tất cả 80 lít sữa. Sau khi đổ 5 lít sữa từ thùng thứ nhất sang thùng thứ hai thì số sữa ở thùng thứ nhất hơn thùng thứ hai là 10 lít sữa. Hỏi lúc đầu mỗi thùng chứa bao nhiêu lít sữa bò?

Đáp số: Thùng thứ nhất 50 lít sữa; thùng thứ hai 30 lít sữa.

Bài 10: Một thư viện trường cho học sinh mượn 65 quyển sách gồm hai loại: Sách giáo khoa và sách đọc thêm. Số sách giáo khoa nhiều hơn số sách đọc thêm là 17 quyển. Hỏi thư viện đó đã cho học sinh mượn mỗi loại bao nhiêu quyển sách?

Đáp số: 41 quyển sách giáo khoa; 24 quyển sách đọc thêm.

2.3. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó

Ở lớp 4, vì bắt đầu làm quen với nhiều dạng toán điển hình đòi hỏi học sinh phải tư duy nhiều hơn nên nhiều học sinh rất lúng túng trong việc giải toán có lời văn, đặc biệt là các bài toán liên quan đến tỉ số.

Đa phần học sinh cuối cấp đã giải được các bài toán đơn liên quan đến tỉ số. Còn đối với các bài toán nâng cao có một trong hai dữ kiện của bài toán bị “ẩn” thì các em rất khó phát hiện ra dạng toán. Chính vì vậy mà học sinh còn gặp nhiều khó khăn trong việc giải các bài toán dạng “*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó*”.

Trong chương trình Toán tiểu học mới, cần lưu ý:

- Tổng và tỉ số của hai số có thể là số tự nhiên, phân số hoặc đơn vị đo đại lượng.
- Tỉ số có thể biểu diễn dưới nhiều dạng: "số này gấp số kia mấy lần", "số này bằng mấy phần số kia" hoặc dưới dạng thương của hai số.
- Phân số được coi là thương giữa số bị chia và số chia.

Phương pháp giải bài toán:

- Xác định tổng của hai số hoặc tổng của các số có liên quan.
- Xác định tỉ số, biểu diễn từng số theo các phần bằng nhau.
- Tìm giá trị một phần bằng cách chia tổng cho tổng số phần.
- Xác định từng số dựa trên số phần tương ứng.

Mặc dù có nhiều cách giải, nhưng **sơ đồ đoạn thẳng** vẫn là phương pháp trực quan và dễ hiểu nhất đối với học sinh tiểu học. Việc sử dụng sơ đồ giúp học sinh hình dung quan hệ giữa các số, từ đó vận dụng linh hoạt vào các bài toán tương tự.

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng là công cụ trực quan giúp học sinh dễ dàng giải quyết bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của chúng. Thay vì phải tư duy hoàn toàn dựa trên con số, sơ đồ giúp học sinh hình dung rõ ràng mối quan hệ giữa hai số thông qua cách chia đoạn thẳng thành các phần bằng nhau theo tỉ số đã cho.

Khi giải bài toán dạng này, ta biểu diễn tổng hai số bằng một đoạn thẳng, sau đó chia đoạn này thành số phần tương ứng với tỉ số. Từ đó, học sinh có thể xác định giá trị một phần bằng cách chia tổng cho tổng số phần, rồi nhân lên để tìm từng số. Cách làm này không chỉ giúp học sinh hiểu bản chất bài toán mà còn giúp giảm sai sót khi tính toán.

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng đặc biệt phù hợp với học sinh vì nó tận dụng tư duy trực quan, giúp các em dễ tiếp cận và vận dụng vào nhiều dạng toán khác nhau. Đây là phương pháp hiệu quả, đơn giản và giúp học sinh phát triển kỹ năng suy luận một cách logic.

**** Một số lưu ý khi giải bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng:***

- Hiểu rõ bản chất của bài toán: Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó:

Tổng của hai số: $a + b$

Tỉ số của hai số: $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ (với m, n là các số tự nhiên)

- Phân tích tỉ số thành các phần bằng nhau: Dựa vào tỉ số của hai số, ta biểu diễn hai số dưới dạng các phần bằng nhau:

Số thứ nhất ứng với m phần bằng nhau.

Số thứ hai ứng với n phần bằng nhau.

Tổng của hai số ứng với $m + n$ phần bằng nhau.

- Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn: Vẽ hai đoạn thẳng:

Một đoạn thẳng biểu diễn số thứ nhất được chia thành m phần bằng nhau.

Một đoạn thẳng biểu diễn số thứ hai được chia thành n phần bằng nhau.

Lưu ý vẽ các phần nên có độ dài bằng nhau, rõ ràng để học sinh dễ nhận biết.

- Dựa vào sơ đồ để tính giá trị một phần và tìm 2 số: Tổng của 2 số tương ứng với $m + n$ phần, do đó ta tính được giá trị của 1 phần.

Số thứ nhất bằng m nhân với giá trị của 1 phần.

Số thứ hai bằng n nhân với giá trị của 1 phần.

- Tránh sai sót thường gặp: Quên kiểm tra lại kết quả xem có đúng tổng và tỉ số ban đầu hay không.

Vẽ sơ đồ không đều nhau, gây nhầm lẫn giữa các phần.

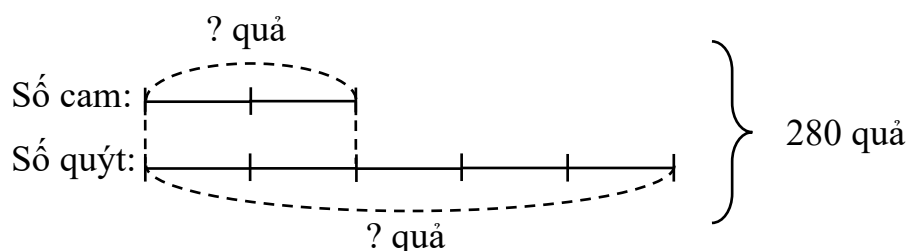
Nhầm lẫn giữa tỉ số và số phần.

Ví dụ 1: Một người bán được 280 quả cam và quýt, trong đó số cam bằng $\frac{2}{5}$ số quýt. Tìm số cam, số quýt đã bán.

Phân tích

Biết tổng số cam và số quýt đã bán là 280 quả.

Tỉ số giữa số cam đã bán và số quýt đã bán là $\frac{2}{5}$. Nếu ta coi số cam đã bán là 2 phần bằng nhau thì số quýt đã bán sẽ là 5 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, tính được tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 5 = 7 \text{ (phần)}$$

Số quả cam đã bán là:

$$280 : 7 \times 2 = 80 \text{ (quả)}$$

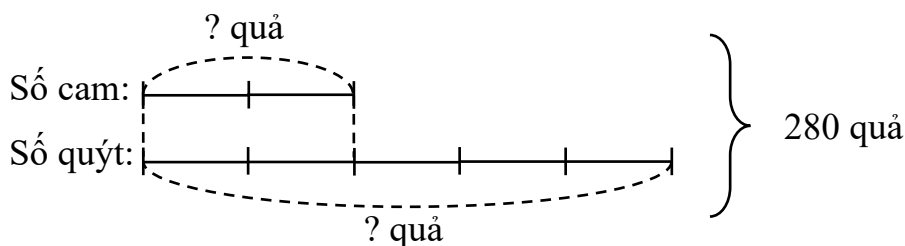
Số quả quýt đã bán là:

$$280 - 80 = 200 \text{ (quả)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 5 = 7 \text{ (phần)}$$

Số quả cam đã bán là:

$$280 : 7 \times 2 = 80 \text{ (quả)}$$

Số quả quýt đã bán là:

$$280 - 80 = 200 \text{ (quả)}$$

Đáp số: 80 quả cam,

200 quả quýt.

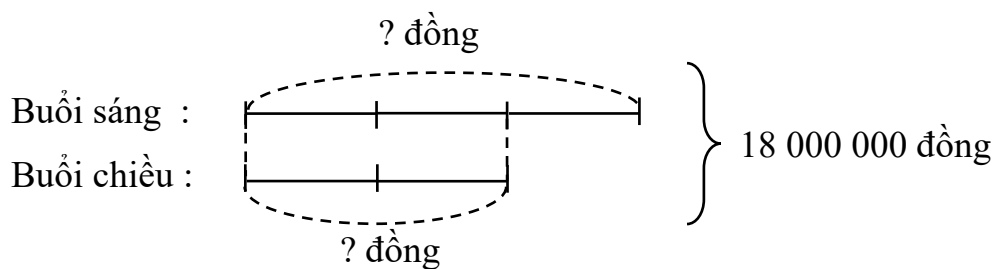
Ví dụ 2: Trong một ngày, một cửa hàng đã bán và thu được số tiền là 18 000 000 đồng. Biết số tiền bán được trong buổi sáng bằng $\frac{3}{2}$ số tiền bán được trong buổi chiều. Hỏi số tiền bán được trong mỗi buổi là bao nhiêu?

Phân tích

Số phải tìm: số tiền bán được trong mỗi buổi.

Biết tổng số tiền cửa hàng đã bán và thu được là 18 000 000 đồng.

Tỉ số giữa số tiền bán được trong buổi sáng và số tiền bán được trong buổi chiều là $\frac{3}{2}$. Nếu ta coi số tiền bán được trong buổi sáng là 3 phần bằng nhau thì số tiền bán được trong buổi chiều sẽ là 2 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, ta tính được tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 3 = 5 \text{ (phần)}$$

Số tiền bán được trong buổi chiều là:

$$18\,000\,000 : 5 \times 2 = 7\,200\,000 \text{ (đồng)}$$

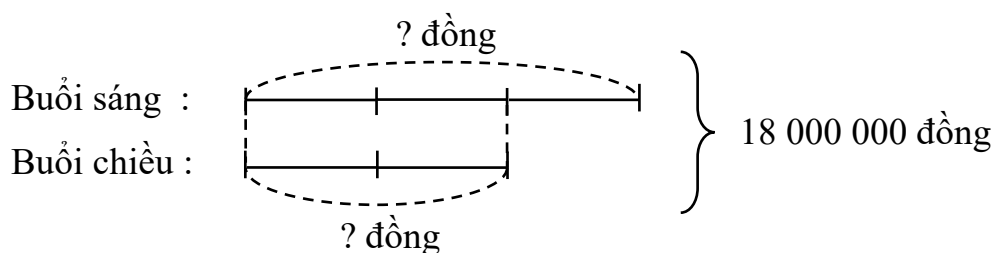
Số tiền bán được trong buổi sáng là:

$$18\,000\,000 - 7\,200\,000 = 10\,800\,000 \text{ (đồng)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 3 = 5 \text{ (phần)}$$

Số tiền bán được trong buổi chiều là:

$$18\,000\,000 : 5 \times 2 = 7\,200\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán được trong buổi sáng là:

$$18\,000\,000 - 7\,200\,000 = 10\,800\,000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: Số tiền buổi chiều là 7 200 000 đồng;

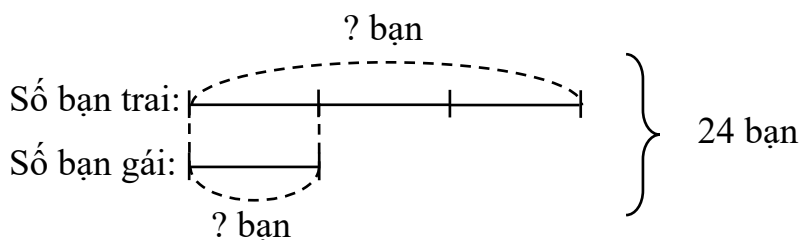
Số tiền buổi sáng là 10 800 000 đồng.

Ví dụ 3: Một nhóm học sinh có 24 bạn, trong đó số bạn trai gấp 3 lần số bạn gái. Hỏi nhóm đó có mấy bạn trai, mấy bạn gái?

Phân tích

Biết tổng số học sinh là 24 bạn.

Tỉ số giữa số bạn gái và số bạn trai là $\frac{1}{3}$. Nếu ta coi số bạn gái là 1 phần thì số bạn trai sẽ là 3 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ tính được tổng số phần bằng nhau là:

$$1 + 3 = 4 \text{ (phần)}$$

Số bạn gái là:

$$24 : 4 = 6 \text{ (bạn)}$$

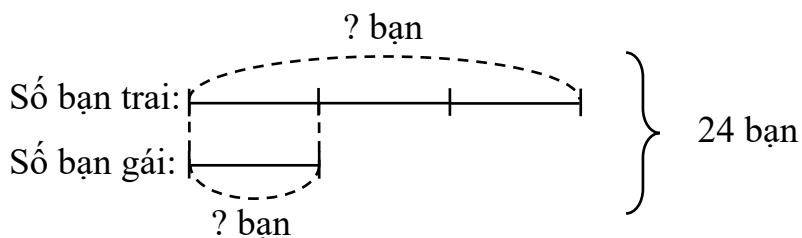
Số bạn trai là:

$$6 \times 3 = 18 \text{ (bạn)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Theo bài ra, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$1 + 3 = 4 \text{ (phần)}$$

Số bạn gái là:

$$24 : 4 = 6 \text{ (bạn)}$$

Số bạn trai là:

$$6 \times 3 = 18 \text{ (bạn)}$$

Đáp số: Trai: 18 bạn;

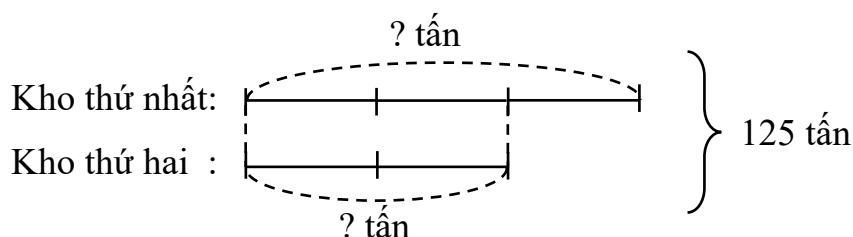
Gái: 6 bạn.

Ví dụ 4: Hai kho chứa 125 tấn thóc, trong đó số thóc ở kho thứ nhất bằng $\frac{3}{2}$ số thóc ở kho thứ hai. Hỏi mỗi kho chứa bao nhiêu tấn thóc?

Phân tích

Biết tổng số thóc ở hai kho là 125 tấn thóc.

Tỉ số giữa số thóc ở kho thứ nhất và số thóc ở kho thứ hai là $\frac{3}{2}$. Nếu coi số thóc ở kho thứ nhất là 3 phần bằng nhau thì số thóc ở kho thứ hai là 2 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, tính được giá trị của một phần là:

$$125 : (3 + 2) = 25 \text{ (tấn)}$$

Số thóc ở kho thứ nhất là:

$$25 \times 3 = 75 \text{ (tấn)}$$

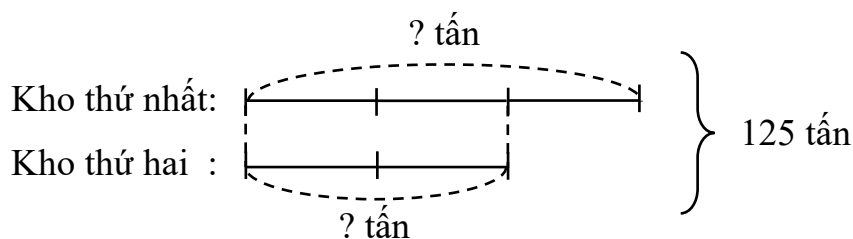
Số thóc ở kho thứ hai là:

$$125 - 75 = 50 \text{ (tấn)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Nếu coi số thóc ở kho thứ nhất là 3 phần bằng nhau thì số thóc ở kho thứ hai là 2 phần bằng nhau như thế. Ta có sơ đồ:



Giá trị của một phần là:

$$125 : (3 + 2) = 25 \text{ (tấn)}$$

Số thóc ở kho thứ nhất là:

$$25 \times 3 = 75 \text{ (tấn)}$$

Số thóc ở kho thứ hai là:

$$125 - 75 = 50 \text{ (tấn)}$$

Đáp số: Kho thứ nhất: 75 tấn

Kho thứ hai: 50 tấn.

Ví dụ 5: Một hình chữ nhật có chu vi là 350m, chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều dài.

Tìm chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Phân tích

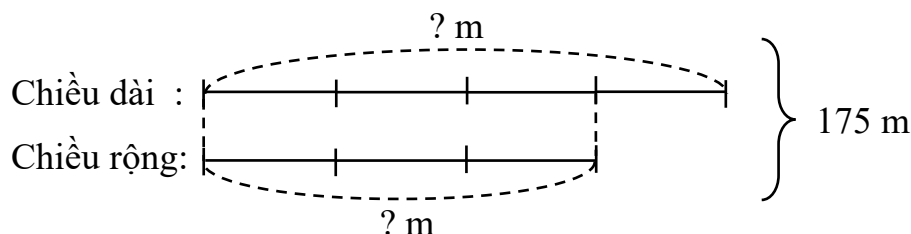
Biết chu vi của hình chữ nhật là 350m.

Từ đó ta tính được nửa chu vi của hình chữ nhật

$$350 : 2 = 175 \text{ (m)}$$

Tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài là $\frac{3}{4}$. Nếu ta chia chiều rộng thành 3 phần

bằng nhau thì chiều dài sẽ bằng 4 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$3 + 4 = 7 \text{ (phần)}$$

Chiều rộng hình chữ nhật là:

$$175 : 7 \times 3 = 75 \text{ (m)}$$

Chiều dài hình chữ nhật là:

$$175 - 75 = 100 \text{ (m)}$$

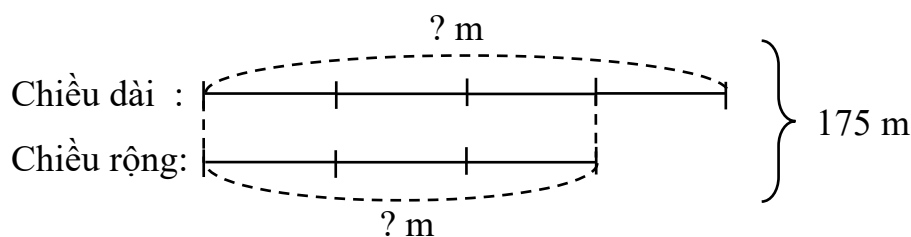
Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Nửa chu vi của hình chữ nhật là:

$$350 : 2 = 175 \text{ (m)}$$

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$3 + 4 = 7 \text{ (phần)}$$

Chiều rộng hình chữ nhật là:

$$175 : 7 \times 3 = 75 \text{ (m)}$$

Chiều dài hình chữ nhật là:

$$175 - 75 = 100 \text{ (m)}$$

Đáp số: Chiều rộng: 75m

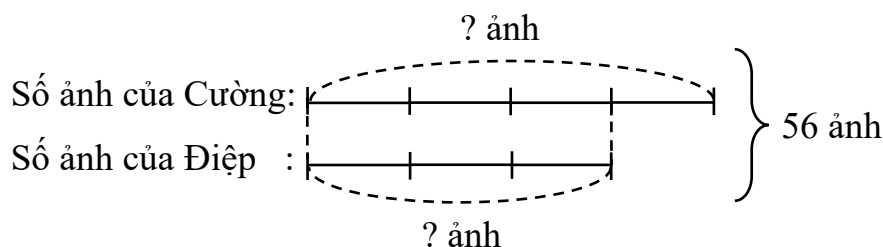
Chiều dài: 100m.

Ví dụ 6: Cường và Điệp có cả thảy 56 tấm ảnh, trong đó $\frac{1}{2}$ số ảnh của Cường bằng $\frac{2}{3}$ số ảnh của Điệp. Hãy tính số ảnh của từng người.

Phân tích

Biết tổng số ảnh của hai bạn là 56 tấm ảnh và $\frac{1}{2}$ số ảnh của Cường bằng $\frac{2}{3}$ số ảnh của Điệp.

Vì $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ nên ta có thể coi số ảnh của Cường là 4 phần bằng nhau và số ảnh của Điệp là 3 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Tổng số phần bằng nhau là:

$$4 + 3 = 7 \text{ (phần)}$$

Số ảnh của Cường là:

$$(56 : 7) \times 4 = 32 \text{ (ảnh)}$$

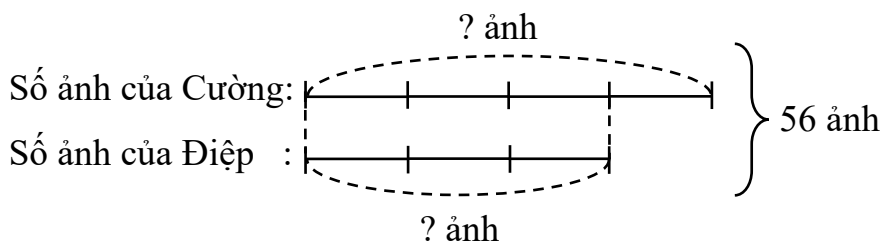
Số ảnh của Điệp là:

$$56 - 32 = 24 \text{ (ảnh)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$4 + 3 = 7 \text{ (phần)}$$

Số ảnh của Cường là:

$$(56 : 7) \times 4 = 32 \text{ (ảnh)}$$

Số ảnh của Điệp là:

$$56 - 32 = 24 \text{ (ảnh)}$$

Đáp án: Cường có 32 ảnh;

Điệp có 24 ảnh.

Ví dụ 7: Tổng số tuổi của 2 anh em hiện nay là 25 tuổi. Trước đây khi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp hai lần tuổi em. Tính tuổi của mỗi người hiện nay?

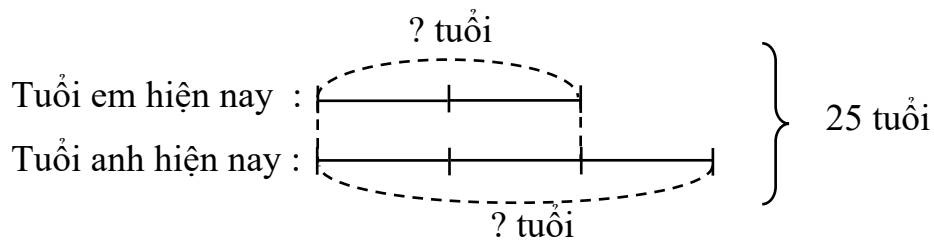
Phân tích

Dựa vào dữ kiện đề bài, ta có sơ đồ đoạn thẳng sau:

Tuổi em trước đây : |———|

Tuổi anh trước đây: |———|———|

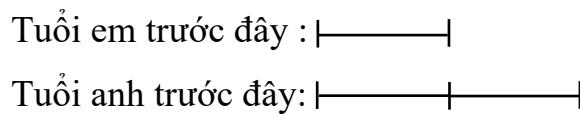
Hiệu số tuổi của hai anh em là 1 “phần”. Hiệu số phần bằng nhau giữa tuổi anh và tuổi em không thay đổi theo thời gian (vì sau cùng một số năm thì 2 anh em cùng tăng một số tuổi như nhau). Như vậy tuổi anh hiện nay bằng 3 lần tuổi em trước đây.



Nhìn vào sơ đồ ta thấy được tổng số tuổi của anh và em sau này và tỉ số giữa tuổi anh và tuổi em sau này. Vậy đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

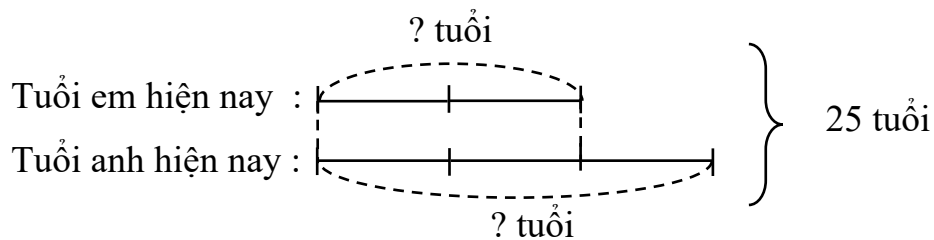
Bài giải

Ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ ta có hiệu số phần giữa tuổi anh và tuổi em là 1 phần.

Ta có sơ đồ số phần tuổi anh và tuổi em hiện nay:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 3 = 5 \text{ (phần)}$$

Tuổi em hiện nay là:

$$25 : 5 \times 2 = 10 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi anh hiện nay là:

$$25 - 10 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 10 tuổi, anh 15 tuổi.

* Đối với dạng bài “*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ của hai số đó*” giáo viên có thể mở rộng kiến thức cho học sinh bằng các bài toán dạng “*Tìm ba số khi biết tổng và tỉ của hai số đó*”.

Ví dụ 8: Tổng của ba số tự nhiên bằng 189. Tỉ số của số thứ nhất với số thứ hai bằng $\frac{2}{3}$, tỉ số của số thứ hai với số thứ ba bằng $\frac{3}{4}$. Tìm ba số đó.

Phân tích

Biết tổng của ba số tự nhiên là 189.

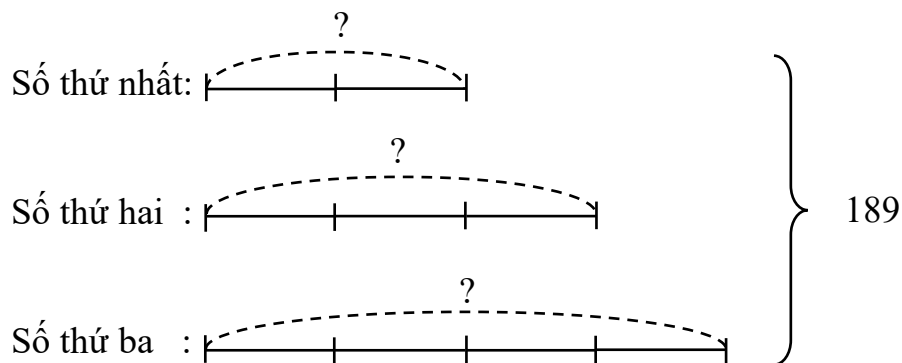
Tỉ số của số thứ hai với số thứ ba bằng $\frac{3}{4}$. Vì vậy nếu ta chia số thứ ba thành 4 phần bằng nhau thì số thứ hai sẽ chiếm 3 phần như thế.

Tỉ số của số thứ nhất với số thứ hai bằng $\frac{2}{3}$. Vì vậy nếu ta chia số thứ hai thành 3 phần bằng nhau thì số thứ nhất sẽ chiếm 2 phần như thế.

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Theo bài ra, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 3 + 4 = 9 \text{ (phần)}$$

Số thứ nhất là:

$$189 : 9 \times 2 = 42$$

Số thứ hai là:

$$189 : 9 \times 3 = 63$$

Số thứ ba là:

$$189 - (42 + 63) = 84$$

Đáp số: Số thứ nhất là 42;

Số thứ hai là 63;

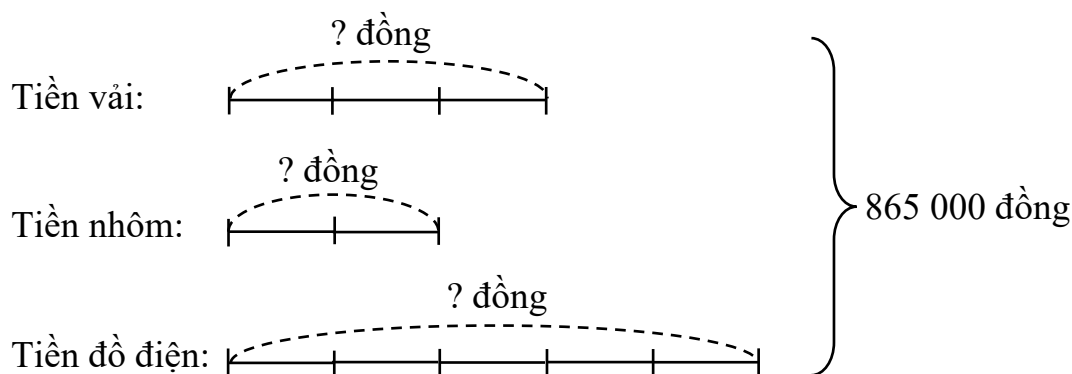
Số thứ ba là 84.

Ví dụ 9: Một cửa hàng bán một ngày được 865 000 đồng. Trong đó $\frac{1}{3}$ số tiền bán vải bằng $\frac{1}{2}$ số tiền bán nhôm và bằng $\frac{1}{5}$ số tiền bán đồ điện. hỏi cửa hàng bán mỗi loại đó được bao nhiêu tiền?

Phân tích

Biết tổng số tiền bán vải, nhôm, đồ điện là 865 000 đồng.

Biết tỉ số $\frac{1}{3}$ số tiền bán vải bằng $\frac{1}{2}$ số tiền bán nhôm và bằng $\frac{1}{5}$ số tiền bán đồ điện nên nếu ta coi số tiền bán vải là 3 phần bằng nhau thì số tiền bán nhôm sẽ bằng 2 phần bằng nhau như thế và số tiền bán đồ điện sẽ bằng 5 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, ta tính được tổng số phần bằng nhau là:

$$3 + 2 + 5 = 10 \text{ (phần)}$$

Giá trị tương ứng với một phần là:

$$865\,000 : 10 = 86\,500 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán vải là:

$$86\,500 \times 3 = 259\,500 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán đồ nhôm là:

$$86\,500 \times 2 = 173\,000 \text{ (đồng)}$$

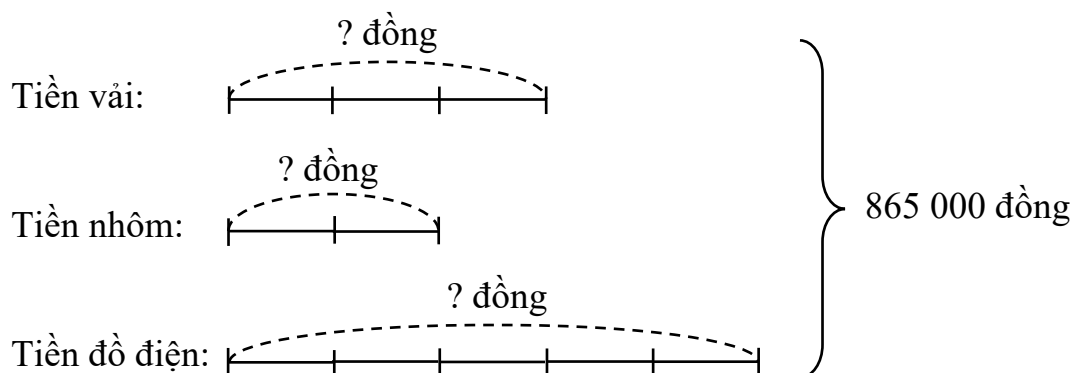
Số tiền bán đồ điện là:

$$86\,500 \times 5 = 432\,500 \text{ (đồng)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Theo bài ra, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$3 + 2 + 5 = 10 \text{ (phần)}$$

Giá trị tương ứng với một phần là:

$$865\,000 : 10 = 86\,500 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán vải là:

$$86\,500 \times 3 = 259\,500 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán đồ nhôm là:

$$86\,500 \times 2 = 173\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán đồ điện là:

$$86\,500 \times 5 = 432\,500 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: Tiền vải: 259 500 đồng;

Tiền nhôm: 173 000 đồng;

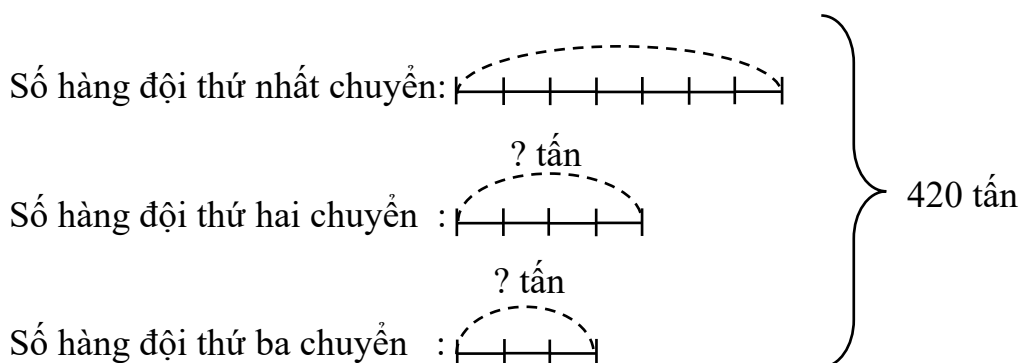
Tiền đồ điện: 432 500 đồng.

Ví dụ 10: Ba đơn vị vận tải được giao vận chuyển 420 tấn hàng. Trong đó số hàng của đội thứ ba bằng $\frac{3}{4}$ số hàng của đội thứ hai và bằng $\frac{3}{7}$ số hàng của đội thứ nhất. Hỏi mỗi đội được giao vận chuyển bao nhiêu tấn hàng?

Phân tích

Biết tổng số hàng 3 đội đã chuyển là 420 tấn. Số hàng của đội thứ ba bằng $\frac{3}{4}$ số hàng của đội thứ hai và bằng $\frac{3}{7}$ số hàng của đội thứ nhất.

Do số hàng của đội thứ ba bằng $\frac{3}{4}$ số hàng của đội thứ hai và bằng $\frac{3}{7}$ số hàng của đội thứ nhất nên nếu coi số hàng của đội thứ ba là 3 phần bằng nhau thì số hàng của đội thứ hai là 4 phần và số hàng của đội thứ nhất là 7 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$7 + 4 + 3 = 14 \text{ (phần)}$$

Giá trị của một phần là:

$$420 : 14 = 30 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội thứ nhất vận chuyển được là:

$$30 \times 7 = 210 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội thứ hai vận chuyển được là:

$$30 \times 4 = 120 \text{ (tấn)}$$

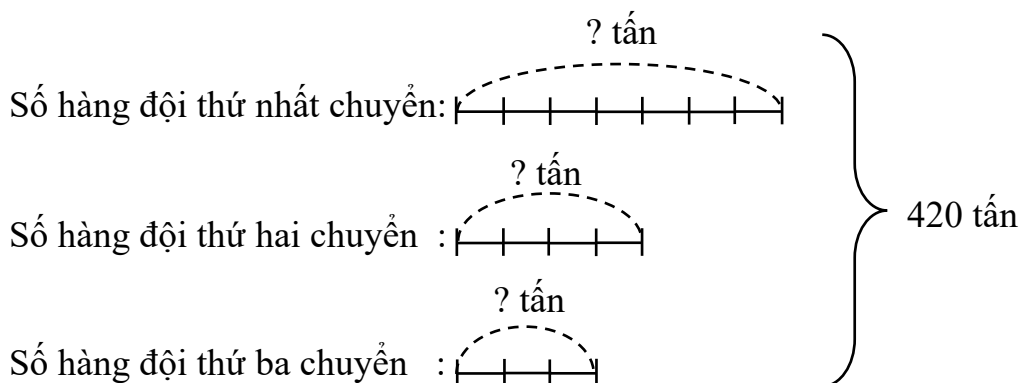
Số tấn hàng đội thứ ba vận chuyển được là:

$$30 \times 3 = 90 \text{ (tấn)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$7 + 4 + 3 = 14 \text{ (phần)}$$

Giá trị của một phần là:

$$420 : 14 = 30 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội thứ nhất vận chuyển được là:

$$30 \times 7 = 210 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội thứ hai vận chuyển được là:

$$30 \times 4 = 120 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội thứ ba vận chuyển được là:

$$30 \times 3 = 90 \text{ (tấn)}$$

Đáp số: Đội thứ nhất: 210 tấn;

Đội thứ hai: 120 tấn;

Đội thứ ba: 90 tấn.

Ví dụ 11: Có 3 máy dệt A, B, C sau một ngày dệt được tất cả 2925m vải. Biết rằng cứ máy A dệt được 1m thì máy B dệt được 2m; máy C dệt được 6m thì máy A dệt được 4m. Hỏi một ngày mỗi máy dệt được bao nhiêu mét vải?

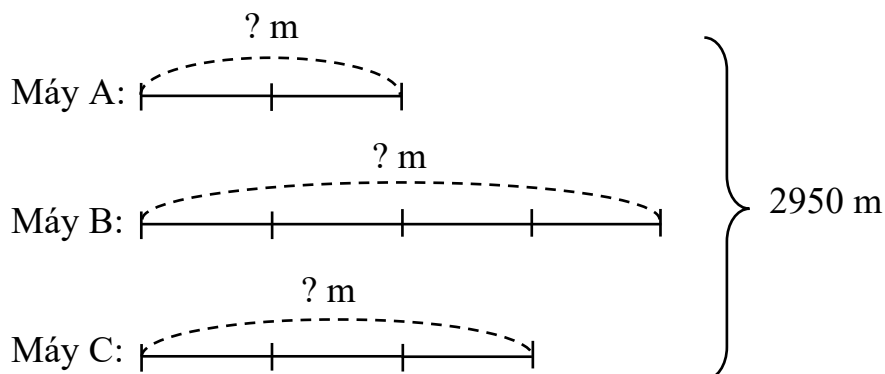
Phân tích

Biết tổng số mét vải cả ba máy dệt được trong một ngày là 2925m vải.

Cứ máy A dệt được 1m thì máy B dệt được 2m; như vậy so với máy A thì máy B dệt được nhiều gấp 2 lần.

Cứ máy C dệt được 6m thì máy A dệt được 4m; như vậy máy C dệt gấp rưỡi máy A.

Do đó, nếu ta coi số mét vải máy A dệt được là 2 phần bằng nhau thì số m vải máy C dệt được là 3 phần bằng nhau và số mét vải máy B dệt được là 4 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 4 + 3 = 9 \text{ (phần)}$$

Số mét vải máy A dệt được trong một ngày là:

$$2950 : 9 \times 2 = 650 \text{ (m)}$$

Số mét vải máy B dệt được trong một ngày là:

$$2950 : 9 \times 4 = 1300 \text{ (m)}$$

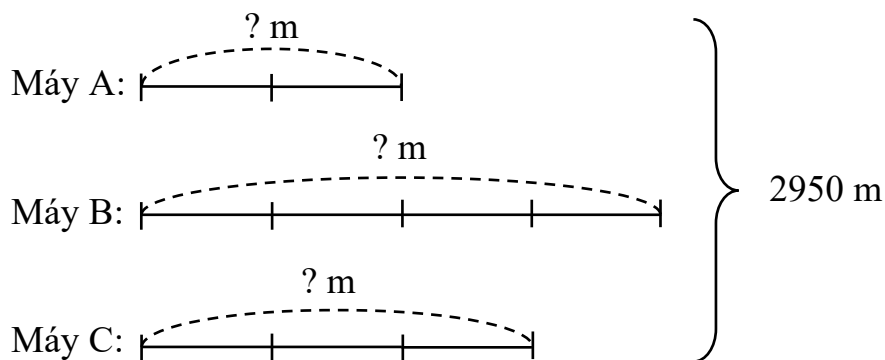
Số mét vải máy C dệt được trong một ngày là:

$$2950 - (650 + 1300) = 975 \text{ (m)}$$

Đây là bài toán tổng - tỉ.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$2 + 4 + 3 = 9 \text{ (phần)}$$

Số mét vải máy A dệt được trong một ngày là:

$$2950 : 9 \times 2 = 650 \text{ (m)}$$

Số mét vải máy B dệt được trong một ngày là:

$$2950 : 9 \times 4 = 1300 \text{ (m)}$$

Số mét vải máy C dệt được trong một ngày là:

$$2950 - (650 + 1300) = 975 \text{ (m)}$$

Đáp số: Máy A: 650m;

Máy B: 1300m;

Máy C: 975m.

Ví dụ 12: Tuổi bà, mẹ và Lan cộng lại bằng 100. Biết Lan bấy nhiêu ngày thì mẹ bấy nhiêu tuần. Lan có bấy nhiêu tháng thì bà có bấy nhiêu năm. Tính tuổi mỗi người?

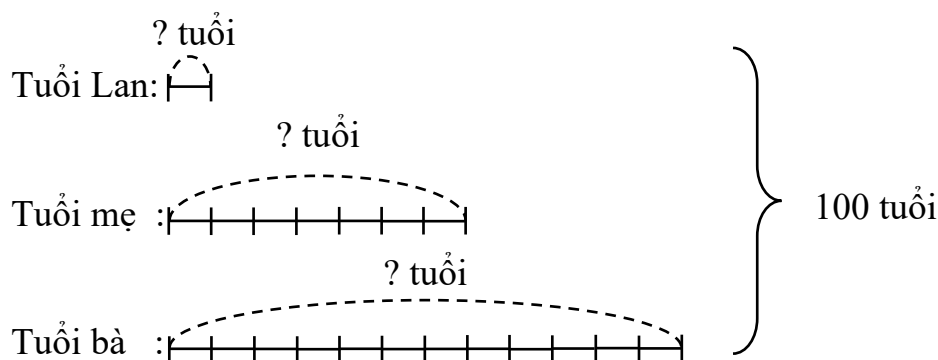
Phân tích

Biết tổng số tuổi của bà, mẹ và Lan là 100 tuổi.

Do Lan bấy nhiêu ngày thì mẹ bấy nhiêu tuần, mà 1 tuần lễ có 7 ngày nên tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi Lan.

Do Lan có bấy nhiêu tháng thì bà có bấy nhiêu năm, mà 1 năm có 12 tháng nên tuổi bà gấp 12 lần tuổi Lan.

Từ đó, nếu ta coi tuổi Lan là 1 phần thì tuổi mẹ có giá trị bằng 7 phần bằng nhau như thế, tuổi bà có giá trị bằng 12 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, tính được tổng số phần bằng nhau là:

$$1 + 7 + 12 = 20 \text{ (phần)}$$

Tuổi của Lan là:

$$100 : 20 \times 1 = 5 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của mẹ là:

$$100 : 20 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của bà là :

$$100 : 20 \times 12 = 60 \text{ (tuổi)}$$

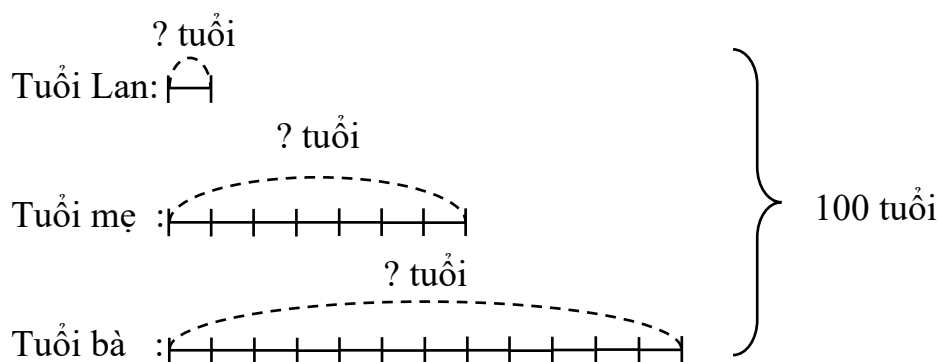
Đây là bài toán tổng - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Vì 1 tuần lễ có 7 ngày nên tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi Lan.

Vì 1 năm có 12 tháng nên tuổi bà gấp 12 lần tuổi Lan.

Theo bài ra, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$1 + 7 + 12 = 20 \text{ (phần)}$$

Tuổi của Lan là:

$$100 : 20 \times 1 = 5 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của mẹ là:

$$100 : 20 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của bà là :

$$100 : 20 \times 12 = 60 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Lan: 5 tuổi;

Mẹ: 35 tuổi;

Bà: 60 tuổi.

Nhận xét: Qua những ví dụ trên chúng ta có thể thấy rằng, từ bài toán trừu tượng và phức tạp nhưng khi đưa về dạng sơ đồ đoạn thẳng thì HS sẽ cảm thấy rất đơn giản và nhanh chóng tìm ra cách giải.

- Phương pháp này giúp học sinh hình dung được tỉ số giữa hai số thông qua các đoạn thẳng có độ dài tương ứng theo tỉ lệ, từ đó xác định tổng số phần của hai số.

- Sơ đồ đoạn thẳng tạo điều kiện cho học sinh phân tích mối quan hệ giữa tổng và tỉ một cách trực tiếp, nhìn vào đó xác định giá trị của một phần để tìm ra hai số cần tìm.

Bài tập thực hành

Bài 1: Tổng của hai số bằng số lớn nhất có hai chữ số. Tỉ số của hai số đó là $\frac{4}{5}$.

Tìm hai số đó.

Đáp số: 55 và 44.

Bài 2: Một cửa hàng gạo bán 3250 kg gạo, trong đó khối lượng gạo loại I bằng $\frac{1}{4}$ khối lượng gạo loại II. Tính số ki-lô-gam gạo mỗi loại.

Đáp số: 650 kg gạo loại I; 2600 kg gạo loại II.

Bài 3: Đường từ nhà đến trường, bạn Páo qua một đoạn đường dài 1 400 m gồm đoạn lên dốc và đoạn xuống dốc. Biết độ dài đoạn lên dốc bằng $\frac{3}{4}$ độ dài đoạn xuống dốc. Hỏi mỗi đoạn lên dốc, xuống dốc dài bao nhiêu mét?

Đáp số: Đoạn lên dốc là 600m; đoạn xuống dốc là 800m.

Bài 4: Lớp 5A và lớp 5B có tất cả 75 học sinh. Tìm số học sinh của mỗi lớp biết 3 lần số học sinh lớp 5A bằng 2 lần số học sinh của lớp 5B.

Đáp số: Lớp 5A: 30 học sinh; lớp 5B: 45 học sinh.

Bài 5: Một đội tuyển học sinh giỏi toán có 12 bạn, trong đó số bạn gái bằng $\frac{1}{3}$ số bạn trai. Hỏi có mấy bạn gái, mấy bạn trai trong đội tuyển đó?

Đáp số: 3 bạn gái; 9 bạn trai.

Bài 6: Hai số có tổng bằng 1080. Tìm hai số đó, biết rằng gấp 7 lần số thứ nhất thì được số thứ hai.

Đáp số: Số thứ nhất: 135; số thứ hai: 945.

Bài 7: Học sinh khối 3, khối 4 và khối 5 cùng thu nhặt giấy vụn để đóng góp phong trào “kế hoạch nhỏ” được tất cả 360 kg. Biết số giấy vụn của khối 5 thu nhặt được gấp đôi số giấy vụn của khối 3 và bằng $\frac{2}{3}$ khối 4. Tính số giấy vụn mỗi khối.

Đáp số: Khối 5: 120 kg; khối 4: 180 kg; khối 3: 60 kg.

Bài 8: Tuổi cháu hiện nay gấp 3 lần tuổi cháu khi tuổi cô bằng tuổi cháu hiện nay. Đến khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 96. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: Cô 40 tuổi; cháu 24 tuổi.

Bài 9: Chú Tuấn đến chơi nhà chú Hùng. Chú Hùng và cô Lan cùng ngồi tiếp chuyện. Chú Hùng nói với chú Tuấn: “Ngày hai chúng mình đi bộ đội thì tuổi cô Lan bằng $\frac{1}{3}$ tuổi tôi thế mà đến bây giờ tổng số tuổi của hai anh em tôi đã là 48 tuổi và tuổi cô Lan đúng bằng tôi tôi ngày tôi đi bộ đội.” Bạn tính xem cô Lan năm nay bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 18 tuổi.

Bài 10: Anh Hùng chia 64 viên bi cho Dũng và Mạnh, cứ mỗi lần chia cho Dũng 3 viên bi thì chia cho Mạnh 5 viên bi. Hỏi anh Hùng đã chia cho Dũng bao nhiêu viên bi? Chia cho Mạnh bao nhiêu viên bi?

Đáp số: Dũng: 24 viên bi; Mạnh: 40 viên bi.

Bài 11: Quyển truyện có 60 trang, số trang bạn Thuận đã đọc bằng $\frac{1}{3}$ số trang chưa đọc. Tính số trang bạn Thuận đã đọc và số trang chưa đọc ở quyển truyện đó.

Đáp số: Thuận đã đọc 15 trang; chưa đọc 45 trang.

Bài 12: Tổng của hai số là 96. Tỉ số của hai số là $\frac{3}{5}$. Tìm hai số đó.

Đáp số: Số lớn: 60; số bé: 36.

2.4. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó

Bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó là một nội dung quan trọng trong chương trình Toán tiểu học, giúp học sinh rèn luyện tư duy phân tích và kỹ năng giải toán có lời văn. Trong bài toán này, học sinh cần xác định mối quan hệ giữa hai số thông qua hiệu và tỉ số, từ đó tìm ra từng số cụ thể.

Phương pháp phổ biến để giải dạng bài này là sử dụng sơ đồ đoạn thẳng. Ta biểu diễn số lớn và số bé bằng các đoạn thẳng có độ dài tương ứng với tỉ số cho trước. Sau đó, phần chênh lệch giữa hai đoạn chính là hiệu của hai số. Từ đó, học sinh có thể xác định giá trị của một phần bằng cách chia hiệu cho số phần chênh lệch, rồi nhân lên để tìm từng số.

Phương pháp này giúp học sinh dễ dàng hình dung bài toán, tránh nhầm lẫn khi tính toán. Ngoài ra, việc giải dạng bài này còn giúp các em phát triển kỹ năng suy luận logic, tạo nền tảng vững chắc cho các dạng toán phức tạp hơn ở các cấp học tiếp theo.

Các bước giải bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của chúng:

- Xác định hiệu và tỉ số của hai số: Đây là hiệu, đây là tỉ số, đây là số lớn, đây là số bé? Nếu bài toán ẩn hiệu hoặc tỉ số, ta cần tìm phân bị ẩn đó.

- Tóm tắt bài toán để vẽ sơ đồ đoạn thẳng.

- Tính hiệu số phần bằng nhau.

- Tính giá trị một phần:

Giá trị một phần = Hiệu : Hiệu số phần bằng nhau.

- Tìm từng số cần tìm:

Số bé = Giá trị một phần $\times$ Số phần của số bé

Số lớn = Giá trị một phần $\times$ Số phần của số lớn

(Hoặc sau khi tìm số bé hoặc số lớn, có thể tìm số còn lại bằng phép trừ:

Số bé = Tổng – Số lớn

Số lớn = Tổng – Số bé)

Các dạng toán thường gặp của dạng bài toán này:

- Dạng 1: Bài toán cho biết cả hiệu và tỉ số của hai số (*Chỉ việc vẽ sơ đồ rồi giải toán*)

- Dạng 2: Bài toán cho biết tỉ số nhưng ẩn hiệu của hai số (*Dựa vào các yếu tố liên quan ở đề bài để tìm ra hiệu của hai số. Sau đó vẽ sơ đồ rồi giải*)

- Dạng 3: Bài toán cho biết hiệu nhưng ẩn tỉ số của hai số (*Dựa vào các yếu tố liên quan ở đề bài để tìm ra tỉ số của hai số. Sau đó vẽ sơ đồ rồi giải*)

- Dạng 4: Bài toán ẩn cả hiệu và tỉ số của hai số (*Dựa vào các yếu tố liên quan ở đề bài để tìm ra hiệu và tỉ số của hai số. Sau đó vẽ sơ đồ rồi giải*)

- Dạng 5: Bài toán tổng hợp (*Dựa vào kiến thức liên quan để tính hiệu và tỉ số của hai số rồi vẽ sơ đồ và giải*)

*** Một số lưu ý khi giải bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng:**

- Nắm vững bản chất của bài toán: Dạng toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của 2 số đó:

Hiệu giữa hai số: $a - b$

Tỉ số của hai số: $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ (với $m > n$; m, n là các số tự nhiên)

- Phân tích tỉ số thành các phần bằng nhau: Dựa vào tỉ số của 2 số, ta biểu diễn hai số dưới dạng các phần bằng nhau:

Số lớn là m phần bằng nhau.

Số bé là n phần bằng nhau.

Hiệu số phần bằng $m - n$ (phần).

- Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn: Vẽ hai đoạn thẳng:

Một đoạn thẳng biểu diễn số lớn gồm m phần bằng nhau.

Một đoạn thẳng biểu diễn số bé gồm n phần bằng nhau.

Chú ý đánh dấu rõ phần chênh lệch giữa hai số chính là Hiệu, ứng với $m - n$ phần.

- Kiểm tra lại kết quả: Sau khi tìm được hai số, cần kiểm tra: Hiệu đúng chưa?

Tỉ số đúng chưa?

- Tránh sai lầm thường gặp: Nhầm giữa số lớn và số bé (do nhầm tỉ số hoặc hiệu).

Nhầm tỉ số thành Hiệu (hoặc ngược lại).

Không chia đúng số phần chênh lệch.

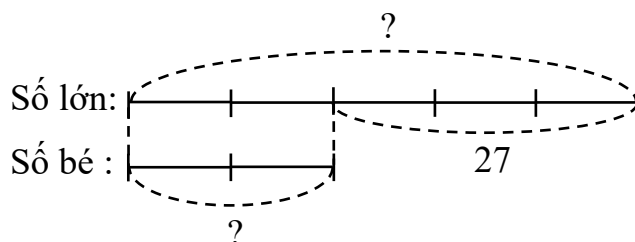
Quên kiểm tra lại kết quả cuối cùng.

Ví dụ 1: Hiệu của hai số là 27. Tỉ số của hai số đó là $\frac{2}{5}$. Tìm hai số đó.

Phân tích

Biết hiệu của hai số là 27.

Tỉ số của hai số là $\frac{2}{5}$, vì vậy nếu ta coi số bé là 2 phần bằng nhau thì số lớn là 5 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$5 - 2 = 3 \text{ (phần)}$$

Số bé là:

$$27 : 3 \times 2 = 18$$

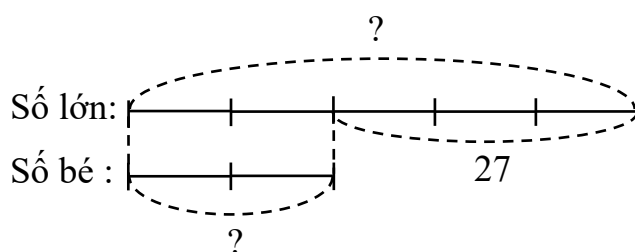
Số lớn là:

$$18 + 27 = 45$$

Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$5 - 2 = 3 \text{ (phần)}$$

Số bé là:

$$27 : 3 \times 2 = 18$$

Số lớn là:

$$18 + 27 = 45$$

Đáp số: Số bé là 18;

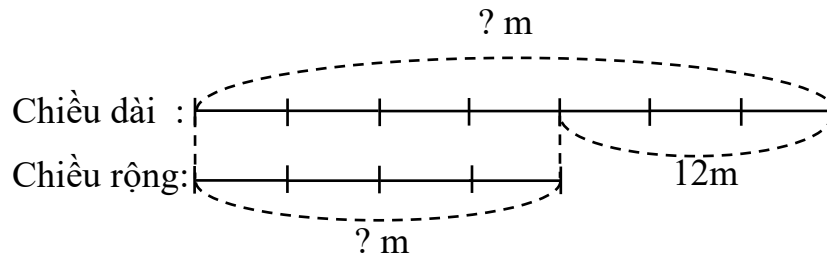
Số lớn là 45.

Ví dụ 2: Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 12m. Tìm chiều dài, chiều rộng của hình đó, biết rằng chiều dài bằng $\frac{7}{4}$ chiều rộng.

Phân tích

Biết hiệu giữa chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là 12m.

Tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng là $\frac{7}{4}$. Nếu ta chia chiều dài thành 7 phần bằng nhau thì chiều rộng sẽ bằng 4 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$7 - 4 = 3 \text{ (phần)}$$

Chiều dài của hình chữ nhật là:

$$12 : 3 \times 7 = 28 \text{ (m)}$$

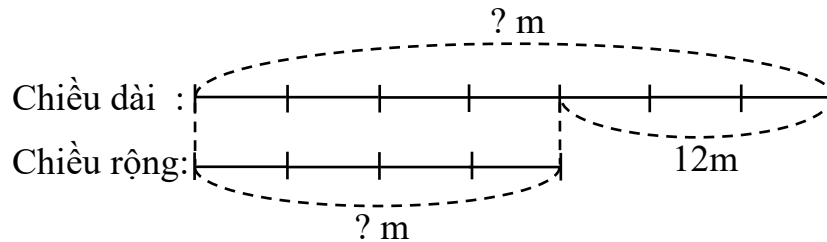
Chiều rộng của hình chữ nhật là:

$$28 - 12 = 16 \text{ (m)}$$

Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$7 - 4 = 3 \text{ (phần)}$$

Chiều dài của hình chữ nhật là:

$$12 : 3 \times 7 = 28 \text{ (m)}$$

Chiều rộng của hình chữ nhật là:

$$28 - 12 = 16 \text{ (m)}$$

Đáp số: Chiều dài: 28m;

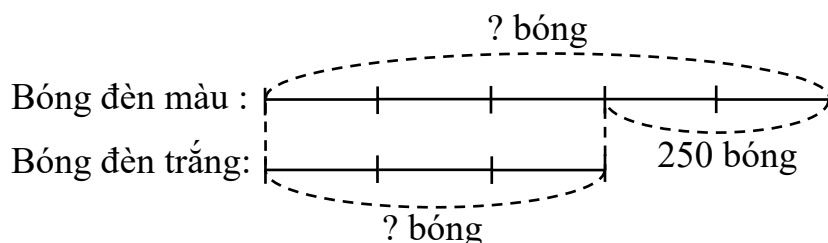
Chiều rộng: 16m.

Ví dụ 3: Người ta dùng số bóng đèn màu nhiều hơn số bóng đèn trắng là 250 bóng đèn. Tìm số bóng đèn mỗi loại? Biết rằng số bóng đèn màu bằng $\frac{5}{3}$ số bóng đèn trắng.

Phân tích

Biết hiệu giữa số bóng đèn màu và số bóng đèn trắng là 250 bóng đèn.

Tỉ số giữa số bóng đèn màu và số bóng đèn trắng là $\frac{5}{3}$. Nếu ta coi số bóng đèn màu là 5 phần thì số bóng đèn trắng là 3 phần như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$5 - 3 = 2 \text{ (phần)}$$

Số bóng đèn màu là:

$$250 : 2 \times 5 = 625 \text{ (bóng)}$$

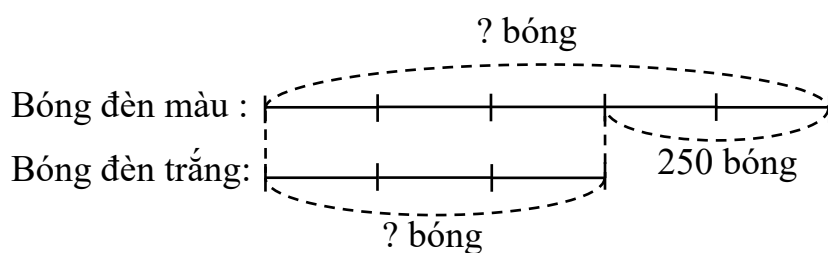
Số bóng đèn trắng là:

$$625 - 250 = 375 \text{ (bóng)}$$

Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Nếu ta coi số bóng đèn màu là 5 phần thì số bóng đèn trắng là 3 phần như thế. Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$5 - 3 = 2 \text{ (phần)}$$

Số bóng đèn màu là:

$$250 : 2 \times 5 = 625 \text{ (bóng)}$$

Số bóng đèn trắng là:

$$625 - 250 = 375 \text{ (bóng)}$$

Đáp số: Đèn màu: 625 (bóng)

Đèn trắng: 375 (bóng)

Ví dụ 4: Mẹ hơn con 27 tuổi. Sau 3 năm nữa tuổi mẹ sẽ gấp 4 lần tuổi con.
Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

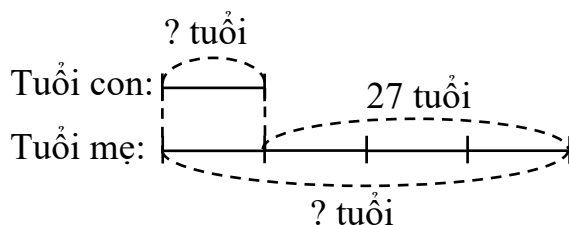
Phân tích

Biết hiệu số tuổi giữa số tuổi của mẹ và số tuổi của con là 27 tuổi.

Mỗi năm mẹ tăng thêm 1 tuổi và con cũng tăng thêm 1 tuổi. Do đó số tuổi của mẹ hơn con không thay đổi theo thời gian. Sau 3 năm nữa, tuổi mẹ vẫn hơn tuổi con là 27 tuổi.

Tỉ số giữa số tuổi của con sau 3 năm nữa và số tuổi của mẹ sau 3 năm nữa là $\frac{1}{4}$.

Nếu ta coi tuổi của con sau 3 năm nữa là 1 phần thì tuổi mẹ sau 3 năm nữa sẽ là 4 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, ta tính được hiệu số phần bằng nhau là:

$$4 - 1 = 3 \text{ (phần)}$$

Tuổi của con sau 3 năm nữa là:

$$27 : 3 \times 1 = 9 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của con hiện nay là:

$$9 - 3 = 6 \text{ (tuổi)}$$

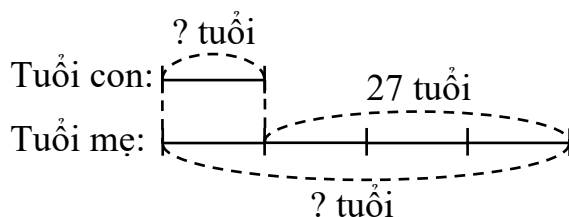
Tuổi của mẹ hiện nay là:

$$6 + 27 = 33 \text{ (tuổi)}$$

Vậy đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ sau 3 năm:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$4 - 1 = 3 \text{ (phần)}$$

Tuổi của con sau 3 năm nữa là:

$$27 : 3 \times 1 = 9 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của con hiện nay là:

$$9 - 3 = 6 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của mẹ hiện nay là:

$$6 + 27 = 33 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Con: 6 tuổi;

Mẹ: 33 tuổi.

Ví dụ 5: Một trang trại nuôi gà có số gà mái hơn số gà trống là 345 con. Sau khi mua thêm 25 con gà trống thì số gà trống bằng $\frac{3}{7}$ số gà mái. Hỏi đàn gà lúc đầu có bao nhiêu con?

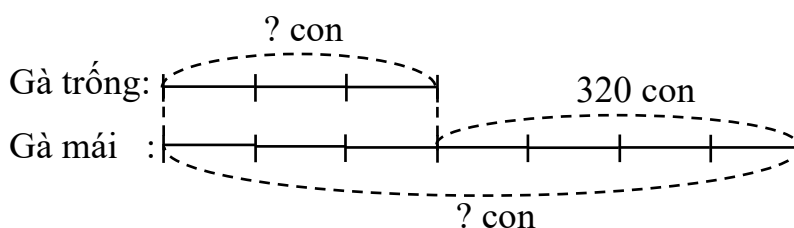
Phân tích

Biết hiệu giữa số gà mái và số gà trống là 345 con.

Sau khi mua thêm 25 con gà trống thì số gà mái nhiều hơn số gà trống là:

$$345 - 25 = 320 \text{ (con)}$$

Tỉ số giữa số gà trống và số gà mái là $\frac{3}{7}$. Nghĩa là nếu ta chia số gà trống thành 3 phần bằng nhau thì số gà mái sẽ bằng 7 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$7 - 3 = 4 \text{ (phần)}$$

Số gà trống ban đầu là:

$$320 : 4 \times 3 - 25 = 215 \text{ (con)}$$

Số gà mái ban đầu là:

$$215 + 345 = 560 \text{ (con)}$$

Tổng số gà ban đầu là:

$$215 + 560 = 775 \text{ (con)}$$

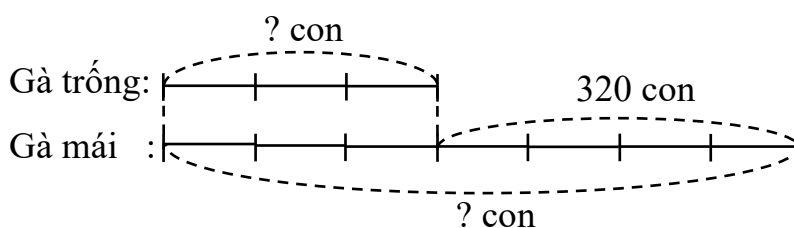
Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Sau khi mua thêm 25 con gà trống thì gà mái nhiều hơn gà trống số con là:

$$345 - 25 = 320 \text{ (con)}$$

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$7 - 3 = 4 \text{ (phần)}$$

Số gà trống ban đầu là:

$$320 : 4 \times 3 - 25 = 215 \text{ (con)}$$

Số gà mái ban đầu là:

$$215 + 345 = 560 \text{ (con)}$$

Tổng số gà ban đầu là:

$$215 + 560 = 775 \text{ (con)}$$

Đáp số: 775 con gà.

Ví dụ 6: Hiện nay An nhiều hơn Bình 14 tuổi. Tính tuổi của hai người hiện nay, biết rằng khi tuổi của Bình bằng tuổi của An hiện nay thì tuổi của An bằng $\frac{5}{3}$ lần tuổi của Bình khi đó.

Phân tích

Biết hiệu số tuổi giữa số tuổi của An và số tuổi của Bình là 14 tuổi.

Khi tuổi của Bình bằng tuổi của An hiện nay thì tuổi của An bằng $\frac{5}{3}$ lần tuổi của Bình khi đó. Nghĩa là nếu ta chia tuổi của An thành 5 phần bằng nhau thì tuổi của Bình sẽ là 3 phần bằng nhau như thế.

Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

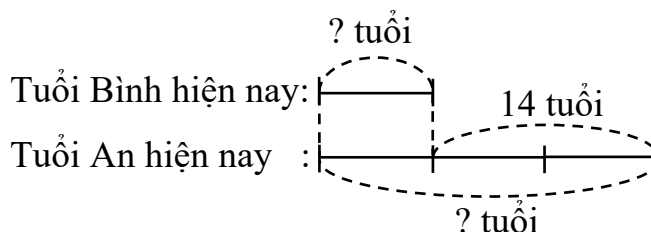
Hiệu số phần tuổi của An và Bình là:

$$5 - 3 = 2 \text{ (phần)}$$

Vì hiệu số tuổi không thay đổi theo thời gian và tuổi An hiện nay bằng tuổi Bình sau này là 3 phần thì tuổi Bình hiện nay là:

$$3 - 2 = 1 \text{ (phần)}$$

Ta có sơ đồ sau:



Tuổi Bình hiện nay là:

$$(14 : 2) \times 1 = 7 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi An hiện nay là:

$$7 + 14 = 21 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Bình: 7 tuổi;

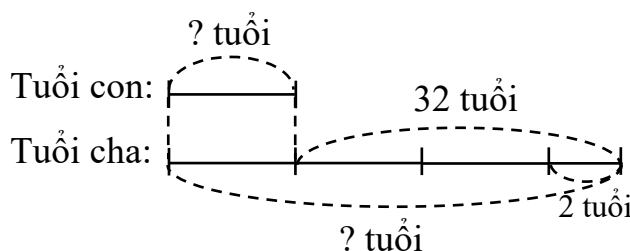
An: 21 tuổi.

Ví dụ 7: Năm năm trước con lên 8 tuổi và kém cha 32 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi cha hơn 3 lần tuổi con là 2 tuổi?

Phân tích

Hiệu số tuổi của hai cha con không thay đổi theo thời gian. Vì vậy trước đây cha hơn con 32 tuổi thì sau này cha vẫn hơn con 32 tuổi.

Ở thời điểm sau này nếu ta coi tuổi con có giá trị là 1 phần thì tuổi cha có giá trị là 3 phần như thế cộng thêm 2 tuổi. Từ đó ta tính được hiệu số phần bằng nhau là 2 phần + 2 tuổi, ta có sơ đồ:



Giá trị của một phần là:

$$(32 - 2) : 2 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con sau này là:

$$15 \times 1 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con hiện nay là:

$$8 + 5 = 13 \text{ (tuổi)}$$

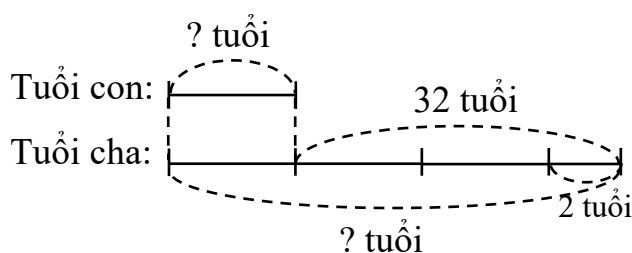
Thời gian từ nay cho đến khi tuổi cha hơn 3 lần tuổi con 2 tuổi là:

$$15 - 13 = 2 \text{ (năm)}$$

Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Vì hiệu số tuổi của hai cha con không thay đổi theo thời gian nên ta có sơ đồ sau biểu thị số tuổi của hai cha con khi tuổi cha hơn 3 lần tuổi con là 2 tuổi:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là 2 phần + 2 tuổi.

Giá trị của một phần là:

$$(32 - 2) : 2 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con sau này là:

$$15 \times 1 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con hiện nay là:

$$8 + 5 = 13 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay cho đến khi tuổi cha hơn 3 lần tuổi con 2 tuổi là:

$$15 - 13 = 2 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 2 năm.

Ví dụ 8: Hiện nay An 12 tuổi và chị Mai 32 tuổi. Sau bao nhiêu năm nữa thì $\frac{1}{3}$

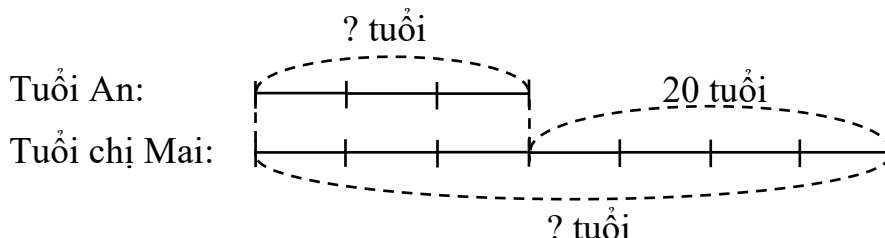
tuổi An bằng $\frac{1}{7}$ tuổi chị Mai.

Phân tích

Biết hiện nay An 12 tuổi và chị Mai 32 tuổi. Như vậy, chị Mai hơn An

$$32 - 12 = 20 \text{ (tuổi)}$$

Khi $\frac{1}{3}$ tuổi An bằng $\frac{1}{7}$ tuổi chị Mai chính là khi tuổi An bằng $\frac{3}{7}$ tuổi chị Mai. Do đó, nếu ta coi tuổi của An là 3 phần bằng nhau thì tuổi của chị Mai sẽ là 7 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$7 - 3 = 4 \text{ (phần)}$$

Chị Mai hơn An số tuổi là:

$$32 - 12 = 20 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi chị Mai khi tuổi An bằng $\frac{3}{7}$ tuổi chị Mai là:

$$20 : 4 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

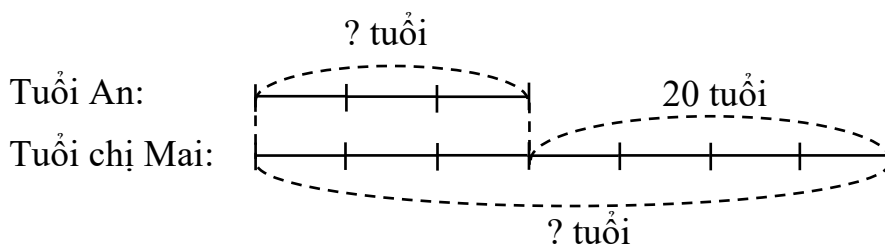
Sau số năm để chị Mai 35 tuổi là:

$$35 - 32 = 3 \text{ (năm)}$$

Vậy đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$7 - 3 = 4 \text{ (phần)}$$

Chị Mai hơn An số tuổi là:

$$32 - 12 = 20 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi chị Mai khi tuổi An bằng $\frac{3}{7}$ tuổi chị Mai là:

$$20 : 4 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Sau số năm để chị Mai 35 tuổi là:

$$35 - 32 = 3 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 3 năm.

Ví dụ 9: Cách đây hai năm, con lên 5 và kém cha 30 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi cha gấp 3 lần tuổi con?

Phân tích

Hiệu số tuổi của hai cha con không thay đổi theo thời gian nên cách đây hai năm cha hơn con 30 tuổi thì sau bao nhiêu năm nữa cha vẫn sẽ hơn con 30 tuổi.

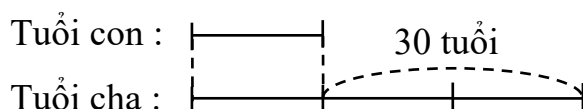
Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Tuổi con hiện nay là:

$$5 + 2 = 7 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi của hai cha con không thay đổi theo thời gian nên theo đề bài ta có sơ đồ sau biểu diễn tuổi của hai cha con khi tuổi cha gấp 3 lần tuổi con:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$3 - 1 = 2 \text{ (phần)}$$

Tuổi con khi tuổi cha gấp 3 lần tuổi con là:

$$30 : 2 \times 1 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay cho đến khi tuổi cha gấp 3 lần tuổi con là:

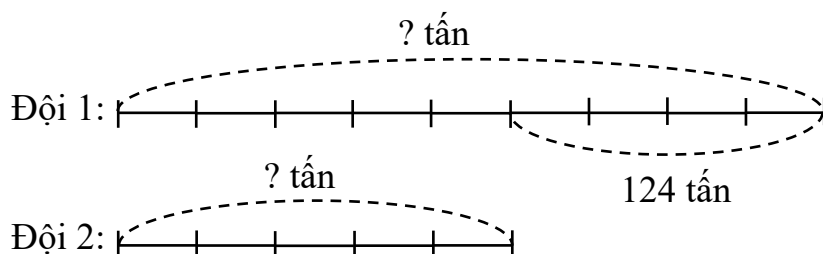
$$15 - 7 = 8 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 8 năm.

Ví dụ 10: Hai đội vận tải được huy động chuyển xi-măng phục vụ cho công trình thủy lợi. Đội thứ nhất chuyển nhiều hơn đội thứ hai là 124 tấn và số xi-măng đội thứ nhất chở được bằng $\frac{9}{5}$ số xi-măng của đội thứ hai đã chở. Hỏi mỗi đội đã chở được bao nhiêu tấn xi-măng?

Phân tích

Biết tỉ số giữa số xi-măng đội thứ nhất chuyển được và số xi-măng đội thứ hai chuyển được là $\frac{9}{5}$ nên nếu ta coi số xi-măng đội thứ nhất chuyển được có giá trị là 9 phần bằng nhau thì số xi-măng đội thứ hai chuyển được có giá trị là 5 phần bằng nhau như thế, ta có sơ đồ:



Từ đó ta tính được hiệu số phần bằng nhau là 4 phần và có giá trị bằng 124 tấn.

Số xi-măng đội thứ nhất chuyển được là:

$$124 : 4 \times 9 = 279 \text{ (tấn)}$$

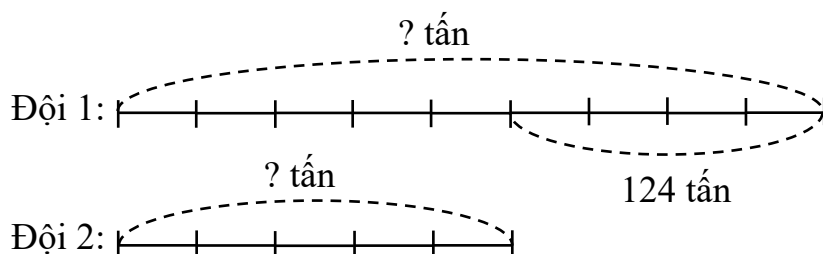
Số xi-măng đội thứ hai chuyển được là:

$$279 - 124 = 155 \text{ (tấn)}$$

Đây là bài toán hiệu - tỉ, dùng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải.

Bài giải

Ta có sơ đồ sau:



Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là:

$$9 - 5 = 4 \text{ (phần)}$$

Số xi-măng đội thứ nhất chuyển được là:

$$124 : 4 \times 9 = 279 \text{ (tấn)}$$

Số xi-măng đội thứ hai chuyển được là:

$$279 - 124 = 155 \text{ (tấn)}$$

Đáp số: Đội thứ nhất: 279 tấn;

Đội thứ hai: 155 tấn.

Nhận xét: Như vậy ta thấy rằng sơ đồ đoạn thẳng rất quan trọng đối với dạng toán “*Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó*”, sơ đồ đoạn thẳng không chỉ ứng dụng để tóm tắt bài toán, giải những bài tập thông thường mà còn được ứng dụng vào giải những dạng bài khi mà hiệu và tỉ không ở dạng cơ bản mà nó ở dạng ẩn như trong 1 số ví dụ trên. Khi HS đã phân tích được bài toán, vẽ được sơ đồ, khi nhìn vào sơ đồ HS có thể từng bước suy luận ra cách giải bài toán.

Bài tập thực hành

Bài 1: Tìm hai số tự nhiên biết hiệu của chúng là 24 và số này bằng $\frac{3}{5}$ số kia.

Đáp số: Số lớn: 60; Số bé: 36.

Bài 2: Năm nay tuổi cha gấp 4 lần tuổi con. Sau 20 năm nữa tuổi cha gấp đôi tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: Cha 40 tuổi; Con 10 tuổi.

Bài 3: Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là 18m. Tính chu vi của hình chữ nhật đó biết rằng chiều rộng bằng $\frac{5}{8}$ chiều dài.

Đáp số: 156 m

Bài 4: Có ba tổ tham gia trồng cây, tổ một trồng được số cây bằng $\frac{3}{4}$ số cây của tổ hai, tổ ba trồng được số cây bằng $\frac{1}{2}$ số cây của tổ hai, biết tổ một trồng được nhiều hơn tổ ba 14 cây. Hỏi mỗi tổ trồng được bao nhiêu cây?

Đáp số: Tổ một: 42 cây; tổ hai: 56 cây; tổ ba: 28 cây.

Bài 5: Số cây đào trong vườn nhà Lan gấp 4 lần số cây mận và số cây đào nhiều hơn số cây mận 12 cây. Hỏi vườn nhà Lan có bao nhiêu cây mận và đào mỗi loại?

Đáp số: 16 cây đào; 4 cây mận.

Bài 6: Một cửa hàng đồ sắt có hai loại đinh: 5 phân và 10 phân. Số đinh 5 phân nhiều hơn số đinh 10 phân 36kg. Hỏi cửa hàng đó có bao nhiêu ki-lô-gam đinh mỗi loại biết $\frac{3}{8}$ số đinh 5 phân bằng $\frac{6}{7}$ số đinh 10 phân.

Đáp số: Đinh 5 phân: 64 kg; đinh 10 phân: 28 kg.

Bài 7: Sợi dây thứ nhất bằng $\frac{2}{3}$ sợi dây thứ hai, sau khi cắt đi $\frac{1}{3}$ sợi dây thứ nhất và $\frac{1}{2}$ sợi dây thứ hai, thì sợi dây thứ nhất còn lại ngắn hơn sợi dây còn lại là 10 cm. Tính độ dài mỗi sợi dây lúc đầu.

Đáp số: Sợi dây thứ nhất: 120 cm; sợi dây thứ hai: 180 cm.

Bài 8: Bình và An mỗi người đọc một quyển truyện, quyển của Bình dày hơn quyển của An 200 trang. An tính mình đọc trong 2 ngày sẽ xong, Bình tính mình đọc trong 6 ngày sẽ xong. Hỏi quyển truyện của mỗi người dày bao nhiêu trang? Biết mỗi ngày hai bạn đọc được số trang bằng nhau.

Đáp số: Quyển truyện của An: 100 trang; quyển truyện của Bình: 300 trang.

Bài 9: Cách đây 2 năm em lên 5 và kém chị 6 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em.

Đáp số: 11 năm.

Bài 10: Năm nay anh 17 tuổi, em 8 tuổi. Hỏi cách đây mấy năm thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.

Đáp số: 5 năm.

Bài 11: Hai đội vận tải được giao vận chuyển một số hàng. Biết $\frac{2}{5}$ số hàng của đội một bằng $\frac{4}{7}$ số hàng của đội hai và hơn đội hai 60 tấn hàng. Hỏi mỗi đội đã vận chuyển được bao nhiêu tấn hàng?

Đáp số: Đội một chuyển được 200 tấn hàng; đội hai chuyển được 100 tấn hàng.

Bài 12: Hiệu của hai số bằng 58. Lấy số lớn chia cho số nhỏ, ta được thương bằng 5 và dư 2. Tìm hai số đó?

Đáp số: Số lớn: 72; số nhỏ: 14.

KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Trong chương 2 khoá luận đã trình bày được 4 ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán có lời văn điển hình ở Tiểu học cùng với các ví dụ điển hình theo từng dạng toán, phù hợp với trình độ kiến thức và trình độ của học sinh từ trung bình đến khá, giỏi; nhằm giúp học sinh khắc sâu kiến thức, nắm chắc các kỹ năng giải toán và phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh khi giải toán. Đề tài đã đưa ra hệ thống phong phú các bài toán minh họa cho mỗi dạng toán, đề xuất một số bài tập thực hành nhằm góp phần rèn luyện và phát triển kỹ năng giải các bài toán về phương pháp sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh Tiểu học.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Được sự đồng ý của nhà trường, em đã tiến hành nghiên cứu đề tài khóa luận tốt nghiệp ***“Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán có lời văn điển hình cho học sinh Tiểu học”***. Trong quá trình nghiên cứu, đề tài đã đạt một số kết quả sau:

- Trình bày cơ sở lí luận về ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán có lời văn điển hình cho học sinh Tiểu học: vị trí, vai trò của việc giải toán trong dạy học và học toán ở Tiểu học; tầm quan trọng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong dạy học và học toán ở Tiểu học; khái niệm và các bước giải toán bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

- Trình bày một cách có hệ thống những vấn đề có liên quan đến phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

- Đề tài đã đưa ra được ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng toán về:

- + Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về trung bình cộng.

- + Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng.

- + Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của chúng.

- + Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng giải một số bài toán về tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của chúng.

- Trình bày bài giải cho mỗi bài toán minh họa trong mỗi dạng toán và thiết kế một số bài tập thực hành nhằm góp phần rèn luyện và phát triển kĩ năng giải các bài toán về phương pháp sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh Tiểu học.

- Đề tài đưa ra hệ thống phong phú các bài toán minh họa cho mỗi dạng toán và các bài tập đề xuất và các ứng dụng rộng rãi của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

Về cơ bản khóa luận đã đạt được các mục tiêu và hoàn thành các nhiệm vụ đặt ra khi tiến hành nghiên cứu. Đề tài là nguồn tài liệu tham khảo cho học sinh Tiểu học cũng như các bạn sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học, các Giáo viên

Tiểu học và những người quan tâm đến phương pháp sơ đồ đoạn thẳng và ứng dụng của phương pháp sơ đồ đoạn thẳng trong giải các bài toán có lời văn điển hình. Nhờ vào việc nghiên cứu và trình bày khóa luận trên tinh thần học hỏi, em cũng rút ra được rất nhiều kinh nghiệm cho bản thân trong quá trình học tập và công tác sau này. Tuy nhiên, do là lần đầu nghiên cứu một vấn đề khoa học nên chắc chắn khóa luận còn nhiều thiếu sót, em mong muốn nhận được các ý kiến đóng góp của các thầy cô để đề tài được hoàn thiện hơn. Em xin chân thành cảm ơn.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bạch Thị Bình (2014), khoá luận tốt nghiệp “*Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải một số dạng Toán ở Tiểu học*”, Trường Đại học Tây Bắc.
2. Khúc Thành Chính (2023), *Vở bài tập Toán 4*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Chân trời sáng tạo, Nxb Giáo dục Việt Nam.
3. Khúc Thành Chính (2024), *Vở bài tập Toán 5*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Chân trời sáng tạo, Nxb Giáo dục Việt Nam.
4. Vũ Quốc Chung (2007), *Phương pháp dạy học toán ở Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm Hà Nội.
5. Trần Nam Dũng (2023), *Sách học sinh Toán 4*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Chân trời sáng tạo, Nxb Giáo dục Việt Nam.
6. Trần Nam Dũng (2024), *Sách học sinh Toán 5*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Chân trời sáng tạo, Nxb Giáo dục Việt Nam.
7. PGS.TS. Trần Diên Hiền (2021), *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi toán Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm.
8. PGS.TS. Trần Diên Hiền (2012), *Giáo trình chuyên đề rèn kỹ năng, giải toán Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm.
9. PGS.TS. Trần Diên Hiền (2018), *Thực hành giải toán Tiểu học*, Tập 1, Tập 2, Nxb Đại học Sư phạm Hà Nội.
10. PGS.TS. Trần Diên Hiền (2012), *Chuyên đề rèn kỹ năng giải toán Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm.
11. Hà Huy Khoái (2023), *Sách học sinh Toán 4*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nxb Giáo dục Việt Nam.
12. Hà Huy Khoái (2024), *Sách học sinh Toán 5*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nxb Giáo dục Việt Nam.
13. Hoàng Minh Ngọc (2018), sáng kiến kinh nghiệm “*Một số giải pháp rèn kỹ năng giải toán có lời văn bằng sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh lớp 4*”, trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng.

14. Đỗ Đức Thái (2019), *Hướng dẫn dạy môn Toán Tiểu học theo Chương trình giáo dục phổ thông mới*, Nxb Đại học Sư phạm Hà Nội.
15. Đỗ Đức Thái (2023), *Sách học sinh Toán 4*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Cánh diều, Nxb Đại học Sư phạm.
16. Đỗ Đức Thái (2024), *Sách học sinh Toán 5*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Cánh diều, Nxb Đại học Sư phạm.
17. Đỗ Đức Thái (2023), *Vở bài tập Toán 4*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Cánh diều, Nxb Đại học Sư phạm.
18. Đỗ Đức Thái (2024), *Vở bài tập Toán 5*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Cánh diều, Nxb Đại học Sư phạm.
19. Lê Anh Vinh (2023), *Vở bài tập Toán 4*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nxb Giáo dục Việt Nam.
20. Lê Anh Vinh (2024), *Vở bài tập Toán 5*, Tập 1, Tập 2, Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống, Nxb Giáo dục Việt Nam.