

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOÀ LƯ
KHOA SƯ PHẠM TIỂU HỌC – MẦM NON

Trịnh Thị Ánh Hoài

KHOÁ LUẬN TỐT NGHIỆP

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI
Ở TIỂU HỌC

Mã sinh viên: 2552020520

Ngành: Giáo dục Tiểu học

Người hướng dẫn: ThS. Ninh Tiến Nam

NINH BÌNH, (2025)

LỜI CAM ĐOAN

Em xin được cam đoan, khoá luận tốt nghiệp “**Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học**” là công trình nghiên cứu của bản thân không sao chép của ai do em tự nghiên cứu, đọc, tổng hợp và thực hiện. Trong quá trình nghiên cứu, em có sử dụng một số tài liệu tham khảo như đã trình bày trong phần tài liệu tham khảo. Nếu có bất kì sự gian lận nào, em xin chịu trách nhiệm trước hội đồng cũng như kết quả khoá luận của mình.

Ninh Bình, ngày tháng 5 năm 2025

Người thực hiện

Trịnh Thị Ánh Hoài

LỜI CẢM ƠN

Em xin chân thành cảm ơn sự giúp đỡ nhiệt tình của các giảng viên trong khoa Sư phạm Trung học, khoa Sư phạm Tiểu học – Mầm non và các bạn sinh viên đã tạo điều kiện thuận lợi nhất cho em trong quá trình làm khóa luận này. Đặc biệt, em xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới ThS. Ninh Tiến Nam đã trực tiếp hướng dẫn, chỉ bảo tận tình để em hoàn thành khóa luận.

Trong khi thực hiện đề tài này, do thời gian nghiên cứu và năng lực của em có hạn nên khóa luận không tránh khỏi thiếu sót và hạn chế. Vì vậy, em rất mong nhận được sự tham gia đóng góp ý kiến của thầy cô và bạn bè để khóa luận của em được hoàn thiện hơn.

Em xin chân thành cảm ơn!

Ninh Bình, ngày tháng 5 năm 2025

Người thực hiện

Trịnh Thị Ánh Hoài

XÁC NHẬN CỦA NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

Đề tài “**Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học**” là công trình nghiên cứu của sinh viên Trịnh Thị Ánh Hoài không trùng lặp với bất kì đề tài nào trước đó. Trong đề tài có sự tham khảo một số tài liệu có nguồn gốc và được trích dẫn rõ ràng, rành mạch.

Ninh Bình, ngày tháng 5 năm 2025

Người hướng dẫn khoa học

ThS. Ninh Tiến Nam

DANH MỤC KÍ HIỆU VIẾT TẮT

Viết tắt	Viết đầy đủ
GV	Giáo viên
HS	Học sinh

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
XÁC NHẬN CỦA NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC	iii
DANH MỤC KÍ HIỆU VIẾT TẮT	iv
MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài.....	1
2. Tổng quan tình hình nghiên cứu	2
3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu.....	3
3.1. Mục đích nghiên cứu.....	3
3.2. Nhiệm vụ nghiên cứu	3
4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu.....	3
4.1. Đối tượng nghiên cứu	3
4.2. Phạm vi nghiên cứu.....	3
5. Phương pháp nghiên cứu.....	3
5.1. Phương pháp nghiên cứu lí luận	3
5.2. Phương pháp phân tích, tổng hợp	3
5.3. Các phương pháp khác.....	4
6. Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn.....	4
6.1. Ý nghĩa khoa học	4
6.2. Ý nghĩa thực tiễn.....	4
NỘI DUNG.....	5
Chương 1: CƠ SỞ LÝ LUẬN	5
1.1. ĐẶC ĐIỂM NHẬN THỨC CỦA HỌC SINH TIỂU HỌC TRONG HỌC TOÁN	5
1.2. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC	7
1.2.1. Vị trí, vai trò của hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học.....	7
1.2.2. Quy trình chung để giải một bài toán ở Tiểu học	9
1.2.3. Bài toán tính tuổi ở môn toán Tiểu học	10
1.2.4. Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học	14
Kết luận chương 1	18

Chương 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI Ở TIỂU HỌC.....	19
2.1. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI	19
2.1.1. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán đơn về tính tuổi.....	19
2.1.2. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán hợp về tính tuổi.....	23
2.2. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP CHIA TỈ LỆ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI.....	36
2.2.1. Dạng toán cho biết tổng số tuổi và tỉ số tuổi của hai người.....	36
2.2.2. Dạng toán cho biết hiệu số tuổi và tỉ số tuổi của hai người.....	43
2.3. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP THỬ CHỌN ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI.....	56
2.4. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI.....	70
Kết luận chương 2	82
KẾT LUẬN	83
DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	84

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Giáo dục Tiểu học là cấp học nền tảng, đặt cơ sở ban đầu cho việc hình thành và phát triển toàn diện nhân cách con người. Trong hệ thống các môn học, môn Toán chiếm một vị trí rất quan trọng và then chốt trong nội dung chương trình các môn học cấp Tiểu học. Môn Toán góp phần hình thành và phát triển cho học sinh năng lực toán học (biểu hiện tập trung nhất của năng lực tính toán) bao gồm các thành phần cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Bên cạnh đó, môn Toán còn góp phần cùng các môn học và hoạt động giáo dục khác giúp học sinh rèn luyện tính trung thực, tình yêu lao động, tinh thần trách nhiệm, ý thức hoàn thành nhiệm vụ học tập: bồi dưỡng sự tự tin, hứng thú học tập, thói quen đọc sách và ý thức tìm tòi, khám phá khoa học.

Nội dung môn Toán ở Tiểu học theo Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 cung cấp cho học sinh các mạch kiến thức ban đầu và sơ giản về 3 nội dung chính: Số và Phép tính; Hình học và Đo lường; Một số yếu tố về Thống kê và Xác suất. Trong đó, giải Toán có lời văn tuy không được tách thành một mạch kiến thức riêng lẻ nhưng lại là kiến thức quan trọng xoay quanh hạt nhân số học được tích hợp và lồng ghép trong quá trình dạy học tất cả các mạch kiến thức trên. Cùng với một số dạng toán có lời văn khác, các bài toán về tính tuổi là nội dung quan trọng, khá quen thuộc và gần gũi đối với học sinh Tiểu học. Tuy nhiên, toán tính tuổi là một dạng toán khó ở Tiểu học, đòi hỏi tư duy cao, học sinh thường lúng túng trong việc nhận dạng, gặp mắc nhiều sai lầm trong việc giải các bài toán dạng này.

Nhiều bài toán tính tuổi không đơn thuần là “tính tuổi” mà về mặt toán học nó còn chứa đựng nội dung nhiều dạng toán của loại toán điển hình khác ở Tiểu học như: Tìm hai số khi biết tổng và hiệu; Tìm hai số khi biết tổng và tỉ; Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ;... và các phương pháp giải toán như: phương pháp sơ đồ đoạn thẳng; phương pháp chia tỉ lệ; phương pháp suy luận lôgic;... Do đó, việc giải các bài toán dạng tính tuổi như thế nào và lựa chọn phương pháp ra sao là vấn đề được nhiều các thế hệ giáo viên, sinh viên chuyên ngành Giáo dục Tiểu học và học sinh quan tâm.

Với các lý do trên, bản thân em chọn đề tài: ***“Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học”*** để làm đề tài khoá luận tốt nghiệp. Với mong muốn phần nào có thể giúp các em học sinh Tiểu học có kỹ năng hiểu được dạng toán này cũng như cách để giải dạng toán về tính tuổi đồng thời góp phần nâng cao chất lượng học tập môn Toán cho học sinh Tiểu học.

2. Tổng quan tình hình nghiên cứu

Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học đã được các nhà khoa học nghiên cứu dưới các góc độ khác nhau. Những công trình nghiên cứu khoa học đó tồn tại dưới các hình thức đề tài nghiên cứu khoa học, sáng kiến kinh nghiệm, khoá luận tốt nghiệp, sách, tạp chí, luận văn, luận án:

Tác giả Trần Diên Hiền với giáo trình chuyên đề *“Bồi dưỡng học sinh giỏi Toán Tiểu học”* (2021) biên soạn theo chương trình đào tạo cử nhân ngành Giáo dục Tiểu học đã hệ thống các bài toán có trong chương trình Tiểu học, trong đó có các bài toán về tính tuổi nằm ở chương thứ sáu - Một số dạng toán có lời văn điển hình của chuyên đề. Các bài toán về tính tuổi được tác giả phân chia thành các dạng và hướng dẫn cách giải một số bài toán.

Tác giả Nguyễn Thanh Hưng với cuốn sách *“Phương pháp dạy Toán tính tuổi ở Tiểu học”* (2009). Nội dung cuốn sách gồm 2 chương: những vấn đề chung về giải toán ở Tiểu học và các dạng toán tính tuổi ở Tiểu học. Tác giả đưa ra một số phương pháp giải toán tính tuổi, phân dạng các bài toán tính tuổi và hướng dẫn giải một số dạng toán tính tuổi.

Nguyễn Thị Hương (2019), sáng kiến kinh nghiệm *“Rèn kỹ năng giải Toán về tuổi bằng sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh lớp 4”*, trường Tiểu học Nam Thái, Nam Định. Thông qua nghiên cứu và thực tế giảng dạy học sinh lớp 4 nhiều năm, tác giả tổng hợp và đưa ra một số kỹ năng giải toán về tính tuổi bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh để nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán hiệu quả hơn.

Nhìn một cách tổng quan, có thể nói, nhiều tác giả đã nghiên cứu vấn đề phương pháp giải bài toán tính tuổi cho học sinh Tiểu học từ nhiều góc độ khác nhau, với những mục đích khác nhau. Tuy nhiên chưa có một đề tài nghiên cứu khoa học nào đi sâu vào việc phân dạng các bài toán tính tuổi và nghiên cứu các phương pháp giải các bài toán tính tuổi. Vì vậy, em muốn đi sâu nghiên cứu vấn đề ***“Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở***

Tiểu học” giúp giáo viên, sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học có thêm tài liệu tham khảo cần thiết, hữu ích cho việc dạy học đáp ứng nhu cầu đổi mới giáo dục, đổi mới phương pháp dạy học trong chương trình giáo dục phổ thông 2018 theo hướng phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và phát triển năng lực, phẩm chất của học sinh.

3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

3.1. Mục đích nghiên cứu

Đề tài nghiên cứu về một số phương pháp giải một số bài toán tính tuổi ở Tiểu học.

3.2. Nhiệm vụ nghiên cứu

Nghiên cứu cơ sở lí luận về một số phương pháp giải bài toán tính tuổi ở Tiểu học.

Hệ thống các kiến thức cơ bản về bài toán tính tuổi.

Phân loại các bài toán trong dạng bài toán tính tuổi.

Đưa ra một số phương pháp giải bài toán tính tuổi cho học sinh Tiểu học.

4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

4.1. Đối tượng nghiên cứu

Một số bài toán có lời văn về tính tuổi.

Một số phương pháp giải bài toán tính tuổi.

4.2. Phạm vi nghiên cứu

Một số bài toán có lời văn về tính tuổi ở Tiểu học giải được bằng một số phương pháp: phương pháp sơ đồ đoạn thẳng, phương pháp chia tỉ lệ, phương pháp đại số, phương pháp thử chọn.

5. Phương pháp nghiên cứu

5.1. Phương pháp nghiên cứu lí luận

Đọc, phân tích, tổng hợp, tìm hiểu sách giáo khoa Toán các lớp ở bậc Tiểu học, các tài liệu tham khảo với các dạng toán liên quan đến các bài toán tính tuổi. Các kĩ năng cần thiết để giải toán nhằm nghiên cứu cơ sở lí luận của đề tài nghiên cứu.

5.2. Phương pháp phân tích, tổng hợp

Phân tích và phân loại một số bài toán về tính tuổi. Nghiên cứu, phân tích từng loại kiểu bài tập từ đó tổng hợp lại để đưa ra một số phương pháp giải toán cho phù hợp với dạng toán.

5.3. Các phương pháp khác

Phương pháp hỏi ý kiến chuyên gia, phương pháp quan sát,...

6. Ý nghĩa khoa học và ý nghĩa thực tiễn

6.1. Ý nghĩa khoa học

Đề tài cung cấp cho giáo viên Tiểu học, sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học, phụ huynh, học sinh ở bậc Tiểu học một số dạng toán về tính tuổi và một số phương pháp giải một số bài toán tính tuổi.

6.2. Ý nghĩa thực tiễn

Việc nghiên cứu đề tài này giúp bản thân nâng cao chuyên môn về một số phương pháp giải toán ở Tiểu học nói chung và một số phương pháp giải một số bài toán tính tuổi ở Tiểu học.

Là liệu kham khảo cho học sinh Tiểu học cũng như sinh viên học chuyên ngành Giáo dục Tiểu học áp dụng các phương pháp dạy học về các bài toán tính tuổi ở bậc Tiểu học đạt hiệu quả cao hơn.

Giúp học sinh có kỹ năng tốt để giải toán về dạng toán tính tuổi trong quá trình học tập, ôn tập cho các kì thi.

NỘI DUNG

Chương 1.

CƠ SỞ LÝ LUẬN

1.1. ĐẶC ĐIỂM NHẬN THỨC CỦA HỌC SINH TIỂU HỌC TRONG HỌC TOÁN

Học sinh Tiểu học là lứa tuổi từ 6 đến 11 tuổi, trải qua bước chuyển quan trọng từ trẻ mẫu giáo sang học sinh với nhiều thay đổi mới mẻ. Theo tâm lý học sư phạm, sự phát triển tâm lý của con người diễn ra qua nhiều giai đoạn, mỗi giai đoạn gắn liền với sự thay đổi trong các hoạt động của trẻ. Trong giai đoạn mẫu giáo, vui chơi chiếm ưu thế và là phương thức học tập chính của trẻ. Còn ở bậc Tiểu học, học tập trở thành hoạt động chủ đạo, đòi hỏi sự tập trung và nỗ lực cao hơn. Khi trẻ bước vào từng giai đoạn mới, những thay đổi trong cấu trúc tâm lý sẽ xuất hiện, tạo ra những yếu tố chưa từng có ở giai đoạn trước. Những thay đổi này có thể làm biến chuyển tiến trình phát triển nhận thức của trẻ, gây ra không ít khó khăn, đặc biệt là trong việc học các môn học mang tính trừu tượng như Toán.

Thứ nhất, tri giác của học sinh Tiểu học mang tính đại thể, ít đi vào chi tiết, khiến các em gặp khó khăn trong việc phân biệt chính xác các đối tượng. Điều này dẫn đến việc các em dễ mắc phải những sai lầm, chẳng hạn như khi một bài toán, các em có thể không phân biệt rõ bài toán yêu cầu gì và đã cho gì, hoặc dễ bị nhầm lẫn giữa các đối tượng trong bài. Tri giác của trẻ thường gắn liền với hành động thực tế, như cầm nắm, sờ mó... Tuy nhiên, Toán học lại mang tính trừu tượng và khái quát cao, điều này tạo ra một thách thức lớn đối với khả năng nhận thức Toán học của các em trong môn học.

Thứ hai, chú ý không chủ định chiếm ưu thế, trẻ thường dễ bị thu hút bởi những kích thích mới mẻ, bất ngờ, rực rỡ và khác thường mà không cần sự nỗ lực của ý chí. Khả năng tập trung chú ý của học sinh Tiểu học còn ngắn và chưa bền vững. Các em dễ bị phân tán bởi những tác nhân bên ngoài như tiếng động, hình ảnh, hoặc hoạt động khác đang diễn ra xung quanh, do đó các em dễ bị mất tập trung và khó hoàn thành nhiệm vụ học tập một cách hiệu quả. Khối lượng chú ý còn hẹp, khi được cung cấp nhiều thông tin, các em dễ bị quá tải và không thể xử lý hiệu quả, dẫn đến việc bỏ sót hoặc hiểu sai thông tin. Trong giai đoạn này, khả năng tập trung chú ý theo ý muốn đang dần được hình thành và phát triển, trẻ bắt đầu có thể tự giác hoàn thành các nhiệm vụ

học tập đơn giản. Tuy nhiên, khả năng chú ý có chủ định của học sinh Tiểu học vẫn còn hạn chế và cần được rèn luyện. Giáo viên cần hỗ trợ các em phát triển kỹ năng này thông qua các hoạt động và bài tập phù hợp, giúp các em dần dần mở rộng khả năng tập trung và kiểm soát sự chú ý.

Thứ ba, tư duy của học sinh Tiểu học chuyển từ tư duy trực quan sang tư duy trừu tượng. Ở giai đoạn đầu Tiểu học, tư duy của trẻ chủ yếu dựa trên tri giác trực quan. Trẻ suy nghĩ, lý luận dựa trên những hình ảnh, sự vật cụ thể mà các em đã quan sát, trải nghiệm. Ví dụ, khi học về phép tính cộng (lớp 1), giáo viên yêu cầu học sinh làm phép tính $2 + 3$, học sinh đầu tiên sẽ giơ 2 ngón tay, và thêm tiếp 3 ngón tay để đếm để được kết quả là 5. Đến cuối tuổi Tiểu học, tư duy trừu tượng của trẻ bắt đầu hình thành và phát triển. Trẻ đã có thể suy nghĩ về các khái niệm, ý tưởng trừu tượng không trực quan. Quá trình chuyển đổi từ tư duy trực quan sang tư duy trừu tượng diễn ra dần dần thông qua việc phân tích, so sánh, khái quát các khái niệm, mối liên hệ trừu tượng từ thực tiễn. Dưới sự hướng dẫn, truyền đạt của giáo viên mà học sinh từng bước phát triển tư duy. Khả năng khái quát hóa dần dần hình thành, có các thao tác so sánh đầu tiên tới khả năng suy luận sơ đẳng, các hoạt động phân tích - tổng hợp sơ đẳng.

Thứ tư, ở học sinh Tiểu học trí nhớ trực quan - hình tượng, phát triển hơn trí nhớ từ ngữ - logic. Học sinh nhớ lâu hơn những sự vật, hiện tượng mà các em được chứng kiến, tiếp xúc và chủ yếu là nhớ máy móc với những khái niệm, định nghĩa, những giải thích bằng lời. Trong quá trình giảng dạy, giáo viên cần hướng dẫn song song cả hai phương pháp ghi nhớ máy móc và ghi nhớ chủ động. Chẳng hạn như ghi nhớ máy móc dùng cho ghi nhớ các dãy số, định luật, định nghĩa, công thức...; ghi nhớ chủ động cho các kiến thức lý thuyết có logic, hoặc cũng có thể kết hợp cả hai loại ghi nhớ này trong một bài học. Bên cạnh đó, giáo viên cũng cần chỉ cho các em đâu là kiến thức trọng tâm của bài học để tránh tình trạng học sinh phải ghi nhớ quá nhiều, dễ dẫn đến việc học vẹt.

Thứ năm, tâm lý của nhiều học sinh thường cho rằng Toán là một môn học khó, các em cảm thấy lo lắng, căng thẳng và thiếu tự tin khi học. Học sinh thường gặp khó khăn trong việc nhớ các khái niệm và quy tắc toán học, khó khăn trong việc áp dụng công thức,... Sự không hiểu rõ bài toán dễ dẫn đến tình trạng chán nản, không chú ý đọc kỹ đề bài, thiếu sự tự suy luận và phân tích.

Khi gặp vấn đề không giải quyết được, thay vì tiếp tục thử sức hay tìm cách giải quyết, các em thường chọn cách bỏ cuộc hoặc làm bài một cách qua loa, thiếu sự tập trung và cẩn trọng.

Như vậy, khả năng nhận thức của học sinh Tiểu học luôn hình thành, biến đổi và phát triển qua từng lớp của cấp học. Vì vậy trong dạy học nói chung và dạy học Toán nói riêng, để đạt được kết quả giáo dục tối ưu nhất ta cần căn cứ vào đặc điểm nhận thức của học sinh đã nêu trên và con đường nhận thức chân lí mà Lê-nin đã nêu: “Từ trực quan sinh động tới tư duy trừu tượng, từ tư duy trừu tượng quay trở lại thực tiễn”. Quá trình hướng dẫn học sinh giải toán cần sử dụng phương pháp giải phù hợp để thu hút sự chú ý của học sinh, giúp học sinh hiểu được bản chất của bài toán, biết giải các bài toán một cách khoa học, logic và phát triển khả năng tư duy của học sinh.

1.2. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC

1.2.1. Vị trí, vai trò của hoạt động giải toán trong dạy và học toán ở Tiểu học

Môn toán ở Tiểu học là một môn học thống nhất, không chia thành các phân môn. Chương trình Toán ở Tiểu học bao gồm các kiến thức về số học và các yếu tố đại số, các yếu tố hình học, đại lượng, một số yếu tố thống kê và giải toán có lời văn. Các tuyến kiến thức này luôn được sắp xếp xen kẽ, hỗ trợ lẫn nhau.

Trong hoạt động dạy và học toán ở Tiểu học, giải toán có một vị trí quan trọng. Thông qua hoạt động giải toán, học sinh củng cố và vận dụng những kiến thức đã học vào thực tiễn. Trong mỗi bài học, giải toán không chỉ giúp học sinh tiếp cận các khái niệm toán học, vận dụng các khái niệm, quy tắc, công thức đã học để xử lý những tình huống đặt ra trong toán học mà còn tạo cơ hội cho các em thực hành, khám phá và phát triển tư duy. Học sinh không chỉ học lý thuyết mà còn học cách áp dụng kiến thức vào thực tiễn thông qua các bài toán. Việc giải các bài toán giúp các em nhận thấy sự liên kết giữa lý thuyết và thực tế, từ đó phát triển khả năng tư duy trừu tượng và logic.

Trong chương trình Toán Tiểu học, giải toán chiếm một tỉ lệ lớn trong việc giảng dạy và học tập. Các bài toán thường được thiết kế sao cho học sinh có thể áp dụng các công thức, quy tắc vào việc giải quyết vấn đề, từ đó giúp các em phát triển khả năng tư duy và nhận thức toán học. Việc giải toán trở

thành công cụ quan trọng để kiểm tra và củng cố kiến thức, giúp học sinh hình thành kỹ năng làm việc có hệ thống và chủ động hơn trong học tập.

Đồng thời thông qua hoạt động giải toán, giáo viên có thể phát hiện những ưu điểm cũng như thiếu sót của học sinh về kiến thức, kỹ năng và tư duy để có biện pháp điều chỉnh kịp thời trong giảng dạy. Hoạt động giải toán giúp học sinh được rèn luyện ý chí khắc phục và vượt qua khó khăn, lòng say mê tìm tòi, sáng tạo trong học tập. Hình thành cho học sinh thói quen làm việc có kế hoạch, có kiểm tra kết quả. Từng bước hình thành và rèn luyện cho học sinh thói quen suy nghĩ độc lập, linh hoạt, khả năng trình bày, diễn đạt vấn đề một cách chặt chẽ, mạch lạc.

Ngoài ra, thông qua hoạt động giải toán, còn giúp học sinh tự nhận thức và nhận xét đánh giá được về khả năng học tập môn Toán của mình cũng như giúp giáo viên đánh giá được năng lực giải toán của học sinh. Vì thông qua quá trình giải các bài toán ở các mức độ khác nhau theo khung đánh giá của thông tư 27/2020/TT - BGDDT quy định đánh giá học sinh Tiểu học, giáo viên sẽ dễ dàng nhận xét được mức độ nhận thức cũng như khả năng giải toán của học sinh:

- + *Mức 1*: Nhận biết, nhắc lại hoặc mô tả được nội dung đã học và áp dụng trực tiếp để giải quyết một số tình huống, vấn đề quen thuộc trong học tập;

- + *Mức 2*: Kết nối, sắp xếp được một số nội dung đã học để giải quyết vấn đề có nội dung tương tự;

- + *Mức 3*: Vận dụng các nội dung đã học để giải quyết một số vấn đề mới hoặc đưa ra những phản hồi hợp lý trong học tập và cuộc sống.

Giải toán là một quá trình tìm tòi, khám phá và sáng tạo. Học sinh không chỉ áp dụng công thức có sẵn mà còn có thể giải bằng các phương pháp khác nhau để giải quyết vấn đề. Điều này giúp phát triển khả năng tư duy sáng tạo, linh hoạt và độc lập. Học sinh được khuyến khích suy nghĩ sáng tạo để tìm ra các giải pháp mới, từ đó phát huy tối đa khả năng của bản thân. Trong các hoạt động giải toán nhóm, học sinh có cơ hội giao tiếp, trao đổi ý tưởng và cùng nhau giải quyết bài toán. Đây là cơ hội để các em phát triển kỹ năng làm việc nhóm, học cách lắng nghe, tôn trọng ý kiến của người khác và học cách trình bày vấn đề một cách rõ ràng, logic. Việc giải toán cũng giúp học sinh nhận thấy sự ứng dụng của toán học trong đời sống hàng ngày. Các bài toán thực tế, chẳng hạn như tính toán trong mua sắm, đo đạc, lập kế

hoạch, giúp học sinh thấy toán học không chỉ là lý thuyết mà còn là công cụ hữu ích trong các tình huống thực tế.

Chính vì thế, hoạt động giải toán có vị trí rất quan trọng trong dạy và học toán ở Tiểu học, đóng vai trò là phương tiện giúp học sinh phát triển tư duy, củng cố kiến thức, và rèn luyện các kỹ năng sống cần thiết. Thông qua việc giải toán, học sinh không chỉ học cách áp dụng kiến thức vào thực tiễn mà còn phát triển khả năng suy nghĩ logic, sáng tạo và giải quyết vấn đề. Điều này giúp các em có nền tảng vững chắc để học tốt các môn học khác và phát triển toàn diện trong học tập cũng như trong cuộc sống.

1.2.2. Quy trình chung để giải một bài toán ở Tiểu học

Hướng dẫn học sinh hình thành kỹ năng giải toán, nhất là các bài toán tính tuổi là một hoạt động khó bởi bài toán là sự kết hợp đa dạng nhiều quan hệ toán học (phép cộng, trừ, nhân, chia...). Hoạt động giải toán gây nhiều khó khăn đối với một số học sinh bởi giải toán yêu cầu học sinh nắm rõ các khái niệm toán học, quan hệ toán học, cần có tư duy logic để nắm rõ đề bài, yêu cầu bài toán. Bên cạnh đó, sự phát triển chưa hoàn thiện về tri giác, trí nhớ, tư duy, tưởng tượng cũng hạn chế phần nào khả năng giải toán của học sinh. Để giúp học sinh giải toán có hiệu quả, hình thành tư duy suy luận logic với mỗi bài toán, thông thường, người giáo viên hướng dẫn học sinh nắm vững 4 bước của quá trình giải toán:

Bước 1: Tìm hiểu đề bài

Để hiểu được đề bài, học sinh cần phải đọc kỹ đề bài, hiểu được nghĩa của các thuật ngữ. Một trong những việc làm giúp học sinh hiểu đề bài là yêu cầu học sinh nhắc lại đề bài theo cách diễn tả của mình dựa vào tóm tắt của bài toán, từ đó giúp học sinh nắm được:

- + Dữ kiện bài toán: Những cái đã cho, đã biết trong bài toán, đôi khi được cho dưới dạng ẩn.

- + Những ẩn số: Những cái chưa biết, cần tìm.

- + Những điều kiện: Quan hệ giữa các dữ kiện và ẩn số

Bước 2: Phân tích đề bài, lập kế hoạch giải.

Lập kế hoạch giải là đi tìm hướng giải cho bài toán.

Muốn giải đáp những yêu cầu của đề bài thì cần phải biết những gì? Những điều đó đề bài đã cho biết chưa? Nếu chưa biết thì tìm bằng cách nào?

Dựa vào đâu để tìm? Cứ lần lượt như vậy cho đến khi nào học sinh có thể tìm được cách giải đáp từ những dữ kiện cho sẵn trong đề bài.

Đây là hoạt động tư duy khó với học sinh Tiểu học. Song lại là một hoạt động quan trọng của quá trình giải toán, nên giáo viên cần kiên trì dẫn dắt giúp học sinh tìm được cách giải bài toán.

Bước 3: Trình bày lời giải.

Đây là bước học sinh trình bày lời giải, thực hiện các phép tính theo trình tự một cách hoàn chỉnh dựa vào bước 2.

Bước 4: Kiểm tra lời giải và đánh giá cách giải.

Đây không phải là bước bắt buộc đối với quá trình giải toán, nhưng lại là bước không thể thiếu trong dạy học toán. Bước này có mục đích:

- Kiểm tra lại phép tính đã đúng hay chưa, câu lời giải đã chuẩn chưa. khi học sinh tính ra đáp án bài toán cần kiểm tra ngược lại vào đề bài xem kết quả đó có phù hợp với dữ kiện bài cho hay không.

- Tìm cách giải khác và so sánh với cách giải khác để chọn được cách giải phù hợp nhất với học sinh.

- Khai thác đề bài toán, giải những bài toán tương tự mở rộng hay bài toán ngược.

Đối với học sinh Tiểu học, mục đích cơ bản là rèn cho học sinh thói quen kiểm tra, rà soát lại công việc giải. Đối với học sinh khá, giỏi cần rèn luyện thói quen tìm cách giải khác cho một bài toán và so sánh các cách giải.

1.2.3. Bài toán tính tuổi ở môn toán Tiểu học

1.2.3.1. Kiến thức chung để giải dạng bài toán tính tuổi

Các bài toán về tính tuổi thuộc dạng toán có lời văn điển hình: tìm hai số khi biết tổng và tỉ số hoặc hiệu và tỉ số của chúng. Trong chương trình toán bậc Tiểu học, các bài toán về tính tuổi được đưa vào từ lớp 2 tới lớp 5.

Đối tượng được đề cập trong các bài toán dạng này là tuổi tác. Bài toán đưa ra các tình huống có vấn đề với nội dung chính là tuổi tác của các đối tượng rất gần gũi với học sinh như tuổi của anh, chị, em, bố, mẹ, ông, bà... của học sinh đó. Việc giải các bài toán tính tuổi cũng giống như các dạng toán về tìm số.

Khi giải các bài toán tính tuổi cần lưu ý:

- Thường dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị các mối quan hệ giữa các đại lượng tuổi trong từng thời kỳ (trước đây, hiện nay và sau này).

- Hiệu số tuổi của hai người không thay đổi theo thời gian.
- Số tuổi của mỗi người là số nguyên dương.
- Trong các bài toán về tính tuổi, ta thường gặp các đại lượng sau:
 - + Tuổi của A và B;
 - + Tổng số tuổi của A và B;
 - + Hiệu số tuổi của A và B;
 - + Tỉ số tuổi của A và B;
 - + Các thời điểm tính tuổi của A và B (trước đây, hiện nay và sau này).

1.2.3.2 Một số dạng toán tính tuổi ở Tiểu học

Ta có thể phân loại các bài toán tính tuổi như sau:

- Các bài toán đơn về tính tuổi: là các bài toán mà học sinh thực hiện một phép tính để giải trong một bài toán. Đây là những bài toán tuổi nằm trong chương trình toán lớp 2, 3.

- Các bài toán hợp về tính tuổi: là các bài toán mà việc giải đòi hỏi học sinh phải thực hiện từ hai phép tính trở lên. Đây chính là các bài toán có lời văn điển hình, gồm các dạng bài sau:

- 1) Dạng toán tính tuổi liên quan đến số trung bình cộng.
- 2) Dạng toán tính tuổi khi biết hiệu và tỉ số tuổi của hai người.
- 3) Dạng toán tính tuổi khi biết tổng và tỉ số tuổi của hai người.
- 4) Dạng toán tính tuổi khi biết tổng số tuổi và hiệu số tuổi của hai người.
- 5) Dạng toán tính tuổi khi biết hai hiệu số tuổi.
- 6) Dạng toán tính tuổi liên quan đến phân số và tỉ số.
- 7) Dạng toán tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số.
- 8) Dạng toán tính tuổi với các số thập phân.
- 9) Các bài toán tính tuổi khác.

1.2.3.3 Nội dung về toán tính tuổi trong chương trình môn Toán ở Tiểu học

Trong chương trình môn Toán ở Tiểu học, các bài toán về tính tuổi được đưa vào chương trình từ lớp 2 đến lớp 5 với số lượng ít.

Ở lớp 2 và lớp 3 toán về tính tuổi đã xuất hiện nhưng ở dạng đơn giản thông qua các bài toán đơn và bài toán hợp (chủ yếu là giải bài toán bằng một hoặc hai bước tính với các mối quan hệ trực tiếp và đơn giản). Các bài toán chưa nêu thành dạng tổng quát và phương pháp giải còn đơn giản. Mang tính

chất chuẩn bị cho học sinh, giúp học sinh bước vào tìm hiểu các bài toán tính tuổi có phương pháp giải điển hình ở lớp trên một cách dễ dàng hơn.

Các bài toán tuổi trong chương trình:

Lớp 2:

Ví dụ 1: Mai 7 tuổi, bố 38 tuổi. Hỏi bố hơn Mai bao nhiêu tuổi? (trang bài 4: Hơn, kém nhau bao nhiêu, Toán 2, Tập 1, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 2: Số?

Năm nay cô giáo em 29 tuổi, em 7 tuổi

- Em ít hơn cô giáo tuổi.
- Cô giáo nhiều hơn em tuổi.

(trang 19, Bài Nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu, Toán 2, Tập 1, sách Chân trời sáng tạo)

Ví dụ 3: Năm nay anh Nam 16 tuổi, Dũng ít hơn anh Nam 9 tuổi. Hỏi năm nay Dũng bao nhiêu tuổi? (trang 48, Bài toán liên quan đến phép cộng, phép trừ, Toán 2, tập 1, sách Cánh diều)

Lớp 3:

Ví dụ 1: Năm nay con 9 tuổi, tuổi bố gấp 4 lần tuổi con. Hỏi năm nay bố bao nhiêu tuổi? (trang 70, Bài 24: Gấp một số lên một số lần, Toán 3, tập 1, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 2: Hôm nay, hải âu được 118 ngày tuổi, số ngày tuổi của mèo gấp 3 lần số ngày tuổi của hải âu. Hỏi hôm nay mèo được bao nhiêu ngày tuổi? (trang 98, Bài 36: Nhân số có ba chữ số với số có một chữ số, Toán 3, tập 1, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 3: Năm nay Nam 9 tuổi, bố hơn Nam 27 tuổi. Hỏi năm nay, tuổi bố gấp mấy lần tuổi Nam? (trang 119, Bài 78: Ôn tập phép nhân, phép chia trong phạm vi 100 000, Toán 3, tập 2, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 4: Con chào đời năm mẹ 32 tuổi. Năm nay con 9 tuổi. Hỏi mẹ năm nay bao nhiêu tuổi? (trang 10, Bài Ôn tập phép cộng, phép trừ, Toán 3, tập 1, sách Chân trời sáng tạo)

Ví dụ 5: Bà sinh mẹ năm bà 25 tuổi. Mẹ sinh Tâm năm mẹ 30 tuổi. Năm nay Tâm 9 tuổi. Hỏi năm nay bà bao nhiêu tuổi? (trang 39, Bài: Em làm được những gì?, Toán 3, tập 1, sách Chân trời sáng tạo)

Ví dụ 6: Năm nay con 8 tuổi, tuổi của mẹ gấp 4 lần tuổi của con. Hỏi mẹ hơn con bao nhiêu tuổi? (trang 106, Bài Ôn tập về số và phép tính trong phạm vi 100 000, Toán 3, tập 2, sách Cánh diều)

Ở lớp 4 và 5 toán về tính tuổi mang tính chất nâng cao và mở rộng hơn (không chỉ sử dụng số tự nhiên mà còn sử dụng phân số) và đã hình thành phương pháp giải cụ thể qua việc giải các bài toán như: tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, tìm hai số khi biết hiệu (hoặc tổng) và tỉ số của hai số đó...

Các bài toán tuổi trong chương trình:

Lớp 4:

Ví dụ 1: Trong một chuyến đi du lịch:

Việt hỏi: Chị Hoa ơi, năm nay chị bao nhiêu tuổi?

Chị Hoa trả lời: Năm nay, tuổi của chị là số lẻ bé nhất có hai chữ số.

Em hãy cùng Việt tìm tuổi của chị Hoa năm nay. (trang 22, Bài 6: Luyện tập chung, Toán 4, tập 1, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 2: Mai hơn em Mi 3 tuổi. Năm nay tổng số tuổi của hai chị em là 15 tuổi. Hỏi năm nay mai mấy tuổi, em Mi mấy tuổi? (trang 86, Bài 25: Tìm hai số biết tổng và hiệu của hai số đó, Toán 4, tập 1, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 3: Năm nay, ông nội của Việt 72 tuổi, tuổi của Việt bằng $\frac{1}{8}$ tuổi của ông nội, anh Chúc lớn hơn Việt 5 tuổi. Hỏi năm nay anh Chúc bao nhiêu tuổi? (trang 100, Bài 66: Luyện tập chung, Toán 4, tập 2, sách Kết nối tri thức với cuộc sống)

Ví dụ 4: a) Bà Triệu (Triệu Thị Trinh) sinh năm 226. Bà lãnh đạo cuộc khởi nghĩa chống quân Ngô năm 248. Hỏi Bà Triệu sinh vào thế kỉ nào? Khi lãnh đạo cuộc khởi nghĩa Bà bao nhiêu tuổi?

b) Lễ kỷ niệm 600 năm ngày sinh của anh hùng dân tộc Nguyễn Trãi được tổ chức vào năm 1980. Như vậy, Nguyễn Trãi sinh năm nào? Thuộc thế kỉ nào?

c) Bác Hồ sinh năm 1890. Như vậy, Bác Hồ sinh vào thế kỉ nào? (trang 40, Bài 16: Thế kỉ, Toán 4, tập 1, sách Cánh Diều)

Ví dụ 5: Tổng số tuổi của bố và mẹ là 65 tuổi. Bố hơn mẹ 5 tuổi. Hỏi bố bao nhiêu tuổi, mẹ bao nhiêu tuổi? (trang 73, Bài 29: Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, Toán 4, tập 1, sách Cánh diều)

Lớp 5:

Ví dụ 1: Hiện nay mẹ hơn con 25 tuổi, tuổi con bằng $\frac{2}{7}$ tuổi mẹ. Hỏi hiện nay, tuổi mẹ là bao nhiêu, tuổi con là bao nhiêu? (trang 17, Bài 39: Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó, Toán 5, tập 2, sách Kết nối tri thức và cuộc sống)

Ví dụ 2: Bé Bin chào đời năm mẹ 27 tuổi. Hiện nay tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi Bin. hỏi năm nay Bin bao nhiêu tuổi? (trang 33, Bài 11: Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó, Toán 5, tập 1, sách Chân trời sáng tạo)

Nhận xét: Các bài toán tính tuổi được đưa vào trong chương trình môn Toán ở Tiểu học chỉ được giới thiệu một cách sơ lược, được lồng ghép vào một số bài tập ở mức độ cơ bản và chưa có một bài học cụ thể nói về dạng toán tính tuổi cho học sinh Tiểu học.

1.2.4. Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học

1.2.4.1. Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng là một phương pháp giải Toán ở Tiểu học, trong đó, mối quan hệ giữa các đại lượng đã cho và đại lượng phải tìm trong bài toán được biểu diễn bởi các đoạn thẳng. Việc lựa chọn độ dài của các đoạn thẳng để biểu diễn các đại lượng và sắp xếp theo thứ tự của các đoạn thẳng trong sơ đồ một cách hợp lý sẽ giúp cho học sinh có cái nhìn trực quan về bài toán tìm được lời giải một cách tường minh.

Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng được dùng thường xuyên và rộng rãi trong môn Toán ở Tiểu học. Việc sử dụng sơ đồ đoạn thẳng có tác dụng rất lớn, tạo hình ảnh trực quan, sinh động, phù hợp với tâm sinh lý học sinh Tiểu học từ đó giúp học sinh có cái nhìn bao quát. Dựa vào sơ đồ, học sinh đưa ra hướng giải nhanh chóng. Sử dụng phương pháp này sẽ tránh được những lý luận không phù hợp với học sinh, quan trọng là sẽ tránh được việc lập phương trình như sẽ học ở Trung học cơ sở và Trung học phổ thông.

Chính vì thế phương pháp sơ đồ đoạn thẳng được ứng dụng để giải các bài toán đơn, các bài toán hợp, một số dạng toán có lời văn điển hình, các bài toán về tính tuổi.

***Các bước giải bài toán bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng:**

Bước 1: Đọc và tìm hiểu đề bài.

Bước 2: Phân tích các dữ kiện của bài toán. Vẽ sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 3: Xác định phép tính cần thực hiện dựa vào sơ đồ.

Bước 4: Thực hiện tính toán và giải bài toán.

Bước 5: Kiểm tra và đánh giá cách giải.

1.2.4.2. Phương pháp chia tỉ lệ

Phương pháp chia tỉ lệ là một phương pháp giải toán, dùng để giải các bài toán về tìm hai số khi biết tổng và tỉ số hoặc hiệu và tỉ số của chúng.

Phương pháp chia tỉ lệ còn dùng để giải các bài toán về cấu tạo số tự nhiên, cấu tạo phân số, cấu tạo số thập phân, các bài toán có nội dung hình học, các bài toán chuyển động đều...

Đối với các bài toán về tìm ba số khi biết tổng và tỉ số hoặc hiệu và tỉ số của chúng, ta cũng dùng phương pháp chia tỉ lệ.

**Các bước giải bài toán bằng phương pháp chia tỉ lệ:*

Khi giải bài toán bằng phương pháp chia tỉ lệ, ta thường tiến hành theo các bước dưới đây:

Bước 1: Tìm hiểu đề bài. Tóm tắt đề toán bằng sơ đồ đoạn thẳng: dùng các đoạn thẳng để biểu thị các số cần tìm. Số phần bằng nhau của các đoạn thẳng đó tương ứng với tỉ số của các số cần tìm.

Bước 2: Phân tích đề bài, lập kế hoạch giải.

- Tìm tổng (hoặc hiệu) số phần bằng nhau trên sơ đồ.
- Tìm giá trị của một phần.
- Xác định mỗi số cần tìm.

Bước 3: Trình bày lời giải.

- Trình bày lời giải, thực hiện các phép tính theo trình tự một cách hoàn chỉnh dựa vào bước 2.

Bước 4: Kiểm tra và đánh giá cách giải.

1.2.4.3. Phương pháp thử chọn

Phương pháp thử chọn dùng để giải các bài toán về tìm một số, khi số đó đồng thời thỏa mãn một số điều kiện cho trước.

Phương pháp thử chọn có thể dùng để giải các bài toán về cấu tạo số tự nhiên, cấu tạo số thập phân, cấu tạo phân số và cả các bài toán có văn về hình học, toán về chuyển động đều, toán tính tuổi...

** Quy trình giải một bài toán bằng phương pháp thử chọn*

Quy trình giải một bài toán bằng phương pháp thử chọn cũng giống như quy trình giải một bài toán chung. Tuy nhiên ở bước 3 “Trình bày lời giải” ta tiến hành theo 2 bước:

Bước 1: Liệt kê. Trước hết ta xác định các số thỏa mãn một số trong số các điều kiện mà đề bài yêu cầu (tạm bỏ qua các điều kiện còn lại). Để lời giải được ngắn gọn, ta cần lựa chọn các điều kiện để liệt kê, sao cho số các số liệt kê được là ít nhất.

Bước 2: Kiểm tra và kết luận. Lần lượt kiểm tra mỗi số vừa liệt kê ở bước một có thỏa mãn các điều kiện còn lại mà đề bài yêu cầu hay không? Số nào thỏa mãn, sẽ là số cần tìm. Số nào không thỏa mãn một trong số các điều kiện còn lại thì ta loại bỏ.

Bước kiểm tra và kết luận thường được thể hiện trong một bảng.

1.2.4.4. Phương pháp đại số

Trong khi giải nhiều bài toán, số cần tìm được kí hiệu bởi một biểu tượng nào đó (có thể là $?$, $\square$, $*$ hoặc các chữ $a, b, c, x, y, \dots$).

Từ cách chọn kí hiệu nói trên, theo điều kiện của đề bài, người ta đưa về một phép tính hay dãy tính chứa các biểu tượng này. Dựa vào quy tắc tìm thành phần chưa biết của phép tính, ta tính được số cần tìm. Cách giải bài toán như trên gọi là phương pháp dùng chữ thay số (hay còn gọi là phương pháp đại số).

Phương pháp dùng chữ thay số được dùng để giải nhiều dạng toán khác nhau: Tìm số chưa biết trong phép tính hoặc dãy tính; Tìm chữ số chưa biết của một số tự nhiên; Điền chữ số thay cho các chữ trong phép tính; Giải toán có lời văn,...

Cơ sở khoa học của phương pháp dùng chữ thay số là các quy tắc về tìm thành phần chưa biết của phép tính.

*** Quy trình giải một bài toán bằng phương pháp đại số**

Quy trình giải một bài toán bằng phương pháp đại số cũng giống như quy trình giải một bài toán chung. Tuy nhiên ở bước 3 "Trình bày lời giải" ta tiến hành theo bước sau:

Bước 1: Diễn tả số cần tìm qua các ký hiệu kèm theo các điều kiện ràng buộc của kí hiệu đó.

Bước 2: Biểu diễn các đại lượng khác theo ẩn.

Bước 3: Diễn tả mối quan hệ trong bài toán bằng các đẳng thức toán. Sau đó thực hiện theo các cách sau:

Cách 1: Tiến hành phân tích cấu tạo số để đưa về các đẳng thức đơn giản để giải

Cách 2: Đưa bài toán về dạng điển hình như: Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó, tìm hai số khi biết tổng (hiệu) và tỉ số của hai số đó.

Khi giải bài toán theo phương pháp đại số, ta cần biến đổi các đẳng thức, vận dụng tính chẵn, lẻ, tận cùng của một số tự nhiên, các dấu hiệu chia hết, xác định giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của một số hay một biểu thức chữ... để tìm ra giá trị thoả mãn đề bài.

Kết luận chương 1

Trong chương này tác em đã tập trung tìm hiểu về cơ sở lý luận liên quan đến đặc điểm nhận thức của học sinh Tiểu học và hoạt động giải Toán ở Tiểu học, tập trung vào dạng toán tính tuổi. Từ đó đã làm rõ được các đặc điểm về nhận thức với học sinh Tiểu học chủ yếu là trực quan hình tượng nên các hoạt động giải toán với đối tượng này cần thiết kế phù hợp với đặc điểm tâm, sinh lí của các em.

Bên cạnh đó, em đã phân tích được vai trò của giải toán trong việc hình thành kiến thức, rèn luyện kỹ năng toán học, đồng thời phát triển tư duy logic, năng lực giải quyết vấn đề cho học sinh Tiểu học. Dạng toán tính tuổi là nội dung quen thuộc trong chương trình học, gần gũi với thực tế cuộc sống và giúp học sinh vận dụng linh hoạt kiến thức đã học để giải các bài toán dạng này. Trong đề tài cũng đã trình bày được quy trình chung cho hoạt động giải toán có lời văn (từ đọc hiểu đề bài đến trình bày lời giải, cùng với việc hệ thống các phương pháp giải toán tính tuổi, hỗ trợ học sinh lựa chọn cách giải phù hợp). Những nội dung này là nền tảng cho việc xây dựng Chương 2.

Chương 2.

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI Ở TIỂU HỌC

2.1. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI

2.1.1. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán đơn về tính tuổi

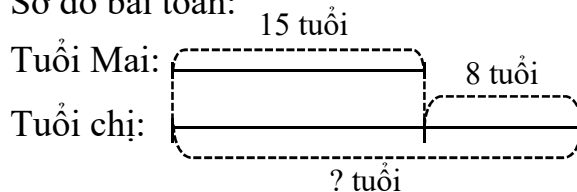
Ví dụ 1: Năm nay Mai 15 tuổi, chị hơn Mai 8 tuổi. Hỏi chị của Mai năm nay bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Mai 15 tuổi, chị hơn Mai 8 tuổi.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi chị của Mai.
- Bài toán thuộc dạng bài toán đơn giải bằng một phép tính cộng. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị mối quan hệ giữa tuổi Mai và tuổi chị hiện nay. Nếu coi tuổi Mai có giá trị là một đoạn thẳng tương ứng với 15 tuổi thì tuổi chị có giá trị là một đoạn thẳng dài hơn tuổi Mai 8 tuổi.

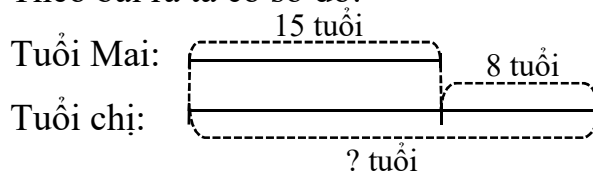
Sơ đồ bài toán:



Từ sơ đồ ta tìm được kết quả bài toán: tuổi chị là $15 + 8 = 23$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi của chị Mai năm nay là:

$$15 + 8 = 23 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 23 tuổi.

Ví dụ 2: Năm nay anh Nam 16 tuổi, Dũng ít hơn anh Nam 9 tuổi. Hỏi năm nay Dũng bao nhiêu tuổi? (Toán 2, tập 1, trang 48, Chân trời sáng tạo)

Hướng dẫn giải:

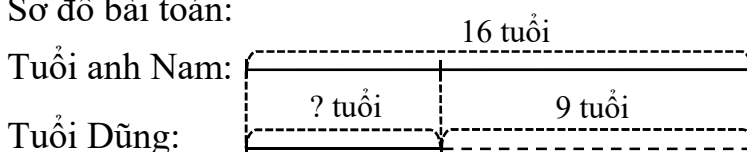
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay anh Nam 16 tuổi, Dũng ít hơn anh Nam 9 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi Dũng năm nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán đơn giải bằng một phép tính trừ. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị mối quan hệ giữa tuổi anh Nam và tuổi Dũng hiện nay. Nếu coi Tuổi anh Nam có giá trị là một đoạn thẳng tương ứng với 16 tuổi thì tuổi Dũng có giá trị là một đoạn thẳng ngắn hơn tuổi anh Nam 9 tuổi.

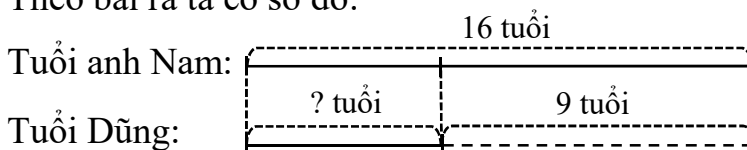
Sơ đồ bài toán:



Từ sơ đồ ta tìm được kết quả bài toán: tuổi Dũng là $16 - 9 = 7$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Năm nay tuổi Dũng là:

$$16 - 9 = 7 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 7 tuổi.

Ví dụ 3: Năm nay con 9 tuổi, tuổi bố gấp 4 lần tuổi con. Hỏi năm nay bố bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

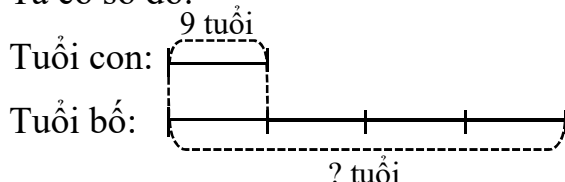
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay con 9 tuổi, tuổi bố gấp 4 lần tuổi con.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi bố năm nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán đơn giải bằng một phép tính nhân. Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị mối quan hệ giữa tuổi con và tuổi bố hiện nay. Nếu coi tuổi con có giá trị là một phần thì tuổi bố có giá trị là bốn phần bằng nhau như thế.

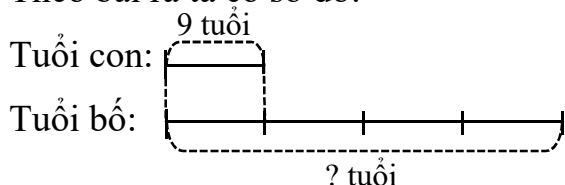
Ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, ta tìm được tuổi bố năm nay là $9 \times 4 = 36$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi bố năm nay là:

$$9 \times 4 = 36 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 36 tuổi.

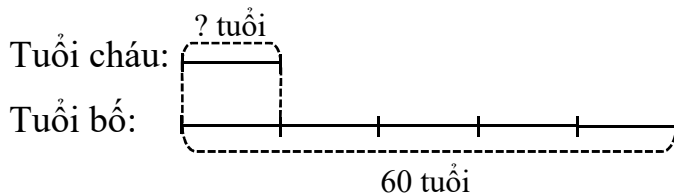
Ví dụ 4: Năm nay ông 60 tuổi và gấp 5 lần tuổi cháu. Tính tuổi cháu hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay ông 60 tuổi, tuổi ông gấp 5 lần tuổi cháu.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi cháu hiện nay.
- Bài toán thuộc dạng bài toán đơn giải bằng một phép tính chia. Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị mối quan hệ giữa tuổi ông và tuổi cháu hiện nay. Nếu coi tuổi cháu có giá trị là một phần thì tuổi ông có giá trị là năm phần bằng nhau như thế.

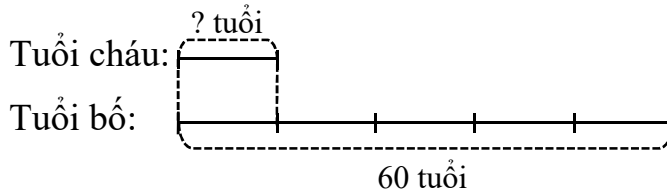
Ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, ta tìm được tuổi cháu hiện nay là $60 : 5 = 12$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi cháu năm nay là:

$$60 : 5 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 12 tuổi.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Em năm nay 7 tuổi, chị hơn em 6 tuổi. Hỏi năm nay chị bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 13 tuổi.

Bài tập 2: Năm nay An 9 tuổi, An kém Hùng 6 tuổi. Hỏi Hùng năm nay bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 15 tuổi.

Bài tập 3: Năm nay chị 14 tuổi, em 6 tuổi. Tính tổng số tuổi của hai chị em.

Đáp số: 20 tuổi.

Bài tập 4: Hiện nay chị 15 tuổi, Hải kém chị 6 tuổi. Tính tuổi của Hải hiện nay.

Đáp số: 9 tuổi.

Bài tập 5: Năm nay ông 65 tuổi và ông hơn bố 27 tuổi. Hỏi năm nay bố bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 38 tuổi.

Bài tập 6: Hiện nay anh hơn em 9 tuổi. Hỏi sau vài năm nữa khi em 10 tuổi thì anh bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 19 tuổi.

Bài tập 7: Mẹ hơn con 25 tuổi, biết tuổi con là một số bé nhất có hai chữ số. Tìm tuổi mẹ.

Đáp số: 35 tuổi.

Bài tập 8: Hiện nay cháu 7 tuổi, tuổi ông gấp 9 lần tuổi cháu. Hỏi hiện nay ông bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 63 tuổi.

Bài tập 9: Hiện nay con 7 tuổi và kém tuổi mẹ 5 lần. Hỏi hiện nay mẹ bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 35 tuổi.

Bài tập 10: Hiện nay tuổi chị gấp 3 lần tuổi Cúc. Tìm tuổi chị, biết rằng hiện nay Cúc 6 tuổi.

Đáp số: 18 tuổi.

Bài tập 11: Năm nay tuổi anh gấp 2 lần tuổi em. Tìm tuổi anh, biết rằng tuổi em hiện nay là một số lớn nhất có một chữ số.

Đáp số: 18 tuổi.

Bài tập 12: Lan năm nay 12 tuổi và hơn tuổi em 3 lần. Hỏi hiện nay em bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 4 tuổi.

Bài tập 13: Hiện nay bà 72 tuổi và gấp 9 lần tuổi cháu. Tìm tuổi cháu hiện nay.

Đáp số: 8 tuổi.

Bài tập 14: Hiện nay tuổi bố gấp 5 lần tuổi con. Tìm tuổi con, biết rằng hiện nay bố 30 tuổi.

Đáp số: 6 tuổi.

Bài tập 15: Năm nay ông 70 tuổi. Tuổi cháu hiện nay bằng $\frac{1}{7}$ tuổi ông. Hỏi cháu hiện nay bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 10 tuổi.

2.1.2. Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán hợp về tính tuổi

a. Các bài toán hợp về tính tuổi giải bằng hai phép tính

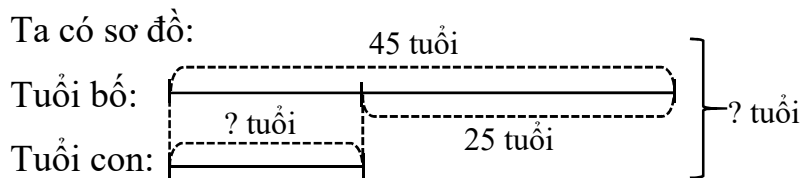
Ví dụ 1: Năm nay bố 45 tuổi, bố hơn con 25 tuổi. Tính tổng số tuổi của hai bố con hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

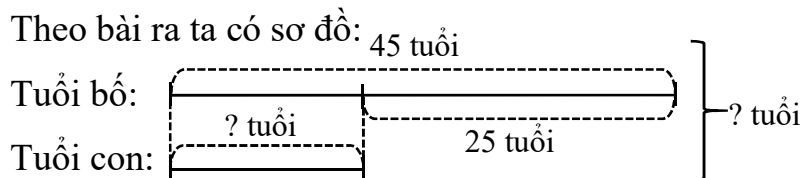
- Bài toán cho biết: bố 45 tuổi, bố hơn con 25 tuổi.
- Bài toán yêu cầu: Tính tổng số tuổi của hai bố con hiện nay.
- Bài toán thuộc dạng bài toán hợp giải bằng hai phép tính cộng và trừ.

Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị mối quan hệ giữa tuổi bố và tuổi con hiện nay. Nếu coi tuổi bố có giá trị là một đoạn thẳng tương ứng với 45 tuổi thì tuổi con có giá trị là một đoạn thẳng ngắn hơn tuổi bố 25 tuổi.



Từ sơ đồ ta tính được con là $45 - 25 = 20$ (tuổi). Ta tìm được kết quả bài toán: tổng số tuổi của hai bố con hiện nay là $45 + 20 = 65$ (tuổi).

Lời giải:



Tuổi con năm nay là:

$$45 - 25 = 20 \text{ (tuổi)}$$

Tổng số tuổi của hai bố con hiện nay là:

$$45 + 20 = 65 \text{ (tuổi)}$$

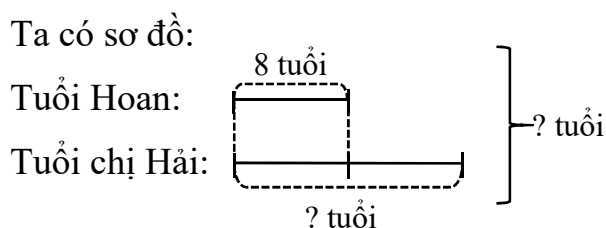
Đáp số: 65 tuổi.

Ví dụ 2: Hiện nay Hoan 8 tuổi và bằng nửa tuổi chị Hải; tuổi hai chị em cộng lại bằng tuổi của cô Tâm. Hỏi hiện nay cô Tâm bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

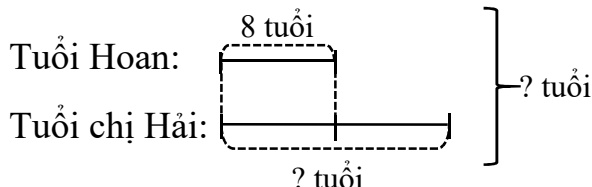
- Bài toán cho biết: Hiện nay Hoan 8 tuổi và bằng nửa tuổi chị Hải. Tuổi hai chị em hiện nay cộng lại bằng tuổi của cô Tâm.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi cô Tâm hiện nay.
- Bài toán thuộc dạng bài toán hợp giải bằng hai phép tính cộng và nhân. Hiện nay Hoan 8 tuổi và bằng nửa tuổi chị Hải. Suy ra tuổi chị Hải gấp 2 lần tuổi Hoan. Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị mối quan hệ giữa tuổi Hoan và tuổi chị Hải hiện nay. Nếu coi tuổi Hoan có giá trị là một phần thì tuổi chị Hải có giá trị là hai phần bằng nhau như thế.



Dựa vào sơ đồ đoạn thẳng, ta tính được tuổi của chị Hải là $8 \times 2 = 16$ (tuổi). Từ đó ta tìm được kết quả bài toán: tuổi cô Tâm hiện nay bằng tổng số tuổi của Hoan và chị Hải hiện nay là $8 + 16 = 24$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi chị Hải hiện nay là:

$$8 \times 2 = 16 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi cô Tâm hiện nay là:

$$8 + 16 = 24 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 24 tuổi.

Ví dụ 3: Hiện nay ông 63 tuổi và tuổi ông gấp 7 lần tuổi cháu. Hỏi tổng số tuổi của hai ông cháu hiện nay là bao nhiêu?

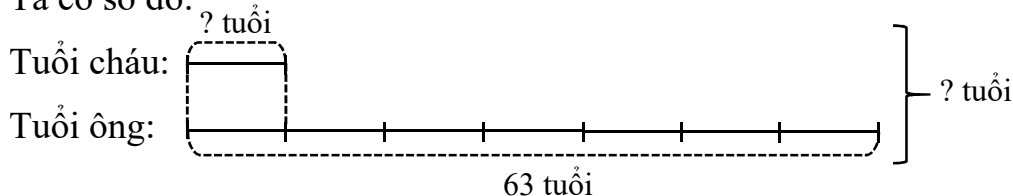
Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hiện nay ông 63 tuổi và tuổi ông gấp 7 lần tuổi cháu.
- Bài toán yêu cầu: Tính tổng số tuổi hai ông cháu hiện nay.
- Bài toán thuộc dạng bài toán hợp giải bằng hai phép tính cộng và chia.

Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị mối quan hệ giữa tuổi ông và tuổi cháu hiện nay. Nếu coi tuổi cháu có giá trị là một phần thì tuổi ông có giá trị là bảy phần bằng nhau như thế.

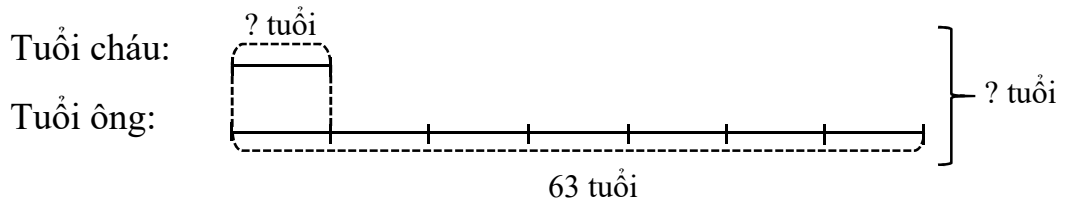
Ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ, ta tính được tuổi cháu là $63 : 7 = 9$ (tuổi). Ta tìm được kết quả bài toán: tổng số tuổi của hai ông cháu hiện nay là $63 + 9 = 72$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi cháu hiện nay là:

$$63 : 7 = 9 \text{ (tuổi)}$$

Tổng số tuổi của hai ông cháu hiện nay là:

$$63 + 9 = 72 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 72 tuổi.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Năm nay mẹ 32 tuổi, mẹ hơn con 22 tuổi. Tính tổng số tuổi của hai mẹ con hiện nay.

Đáp số: 42 tuổi.

Bài tập 2: Hiện nay bố 41 tuổi, chú kém bố 12 tuổi. Tính tổng số tuổi của bố và chú hiện nay.

Đáp số: 70 tuổi.

Bài tập 3: Năm nay mẹ 28 tuổi, mẹ ít hơn bố 8 tuổi. Tính tổng số tuổi của bố và mẹ hiện nay.

Đáp số: 64 tuổi.

Bài tập 4: Em năm nay 7 tuổi, anh hơn em 3 tuổi. Tính tổng số tuổi của hai anh em hiện nay.

Đáp số: 17 tuổi.

Bài tập 5: Nga năm nay 15 tuổi, Nga hơn em 11 tuổi. Tính tổng số tuổi của hai chị em Nga hiện nay.

Đáp số: 19 tuổi.

Bài tập 6: Hiện nay tuổi cô gấp 7 lần tuổi cháu. Tính tổng số tuổi của hai cô cháu hiện nay biết năm nay cháu 4 tuổi.

Đáp số: 32 tuổi.

Bài tập 7: Hiện nay cháu 13 tuổi, tuổi chú gấp 3 lần tuổi cháu. Tính tổng số tuổi của hai chú cháu hiện nay.

Đáp số: 52 tuổi.

Bài tập 8: Hiện nay con 17 tuổi và kém tuổi mẹ 3 lần. Tính tổng số tuổi của hai mẹ con hiện nay.

Đáp số: 68 tuổi.

Bài tập 9: Hiện nay Cúc 11 tuổi và tuổi Cúc bằng $\frac{1}{4}$ tuổi bố. Tính tổng số tuổi của hai bố con Cúc hiện nay.

Đáp số: 55 tuổi.

Bài tập 10: Hiện nay mẹ 32 tuổi và hơn tuổi con 8 lần. Tính tổng số tuổi của hai mẹ con hiện nay.

Đáp số: 36 tuổi.

Bài tập 11: Ông năm nay 72 tuổi và gấp 8 lần tuổi cháu. Tính tổng số tuổi của hai ông cháu hiện nay.

Đáp số: 81 tuổi.

Bài tập 12: Hiện nay Khoa 18 tuổi và gấp rưỡi tuổi em; tuổi hai anh em cộng lại bằng tuổi của mẹ. Hỏi hiện nay mẹ bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 30 tuổi.

Bài tập 13: Hiện nay em 3 tuổi và bằng $\frac{1}{4}$ lần tuổi chị; tuổi hai chị em hiện nay cộng lại bằng tuổi của anh Phú. Hỏi hiện nay anh Phú bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 15 tuổi.

Bài tập 14: Hiện nay tuổi thím gấp 12 lần tuổi cháu; tuổi chú bằng tổng số tuổi của hai thím cháu. Tính tuổi chú hiện nay biết thím năm nay 48 tuổi.

Đáp số: 52 tuổi.

Bài tập 15: Tính tuổi dì Trúc hiện nay biết hiện nay tuổi dì Trúc bằng tổng số tuổi của Mai và em Việt. Năm nay Mai 18 tuổi và hơn tuổi em Việt 6 lần.

Đáp số: 21 tuổi.

b. Dạng toán cho biết tổng và hiệu số tuổi

Ví dụ 1: Tổng số tuổi của bố, mẹ và con gái là 120 tuổi. Biết rằng tổng số tuổi của cả bố và con gái thì hơn mẹ 20 tuổi, hiệu giữa tuổi bố và con gái là 40 tuổi. Tính tuổi mẹ, tuổi bố và tuổi con gái.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tổng số tuổi của bố, mẹ và con gái là 120 tuổi. Tổng số tuổi của bố và con gái hơn mẹ 20 tuổi, hiệu giữa tuổi bố và con gái là 40 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi mẹ, tuổi bố và tuổi con gái.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị mối quan hệ giữa tuổi mẹ và tổng số

tuổi của bố và con gái. Nếu coi tuổi mẹ có giá trị là một đoạn thẳng thì tổng số tuổi của bố và con gái có giá trị là một đoạn thẳng dài hơn tuổi mẹ 20 tuổi. Tổng số tuổi của ba người là 120 tuổi.

Ta có sơ đồ:

Tuổi của mẹ:

Tổng số tuổi của bố và con gái:



Từ sơ đồ ta tính được tuổi mẹ là $(120 - 20) : 2 = 50$ (tuổi) và tổng số tuổi của bố và con gái là $120 - 50 = 70$ (tuổi). Mặt khác, hiệu giữa tuổi bố và con gái là 40 tuổi nên ta tìm được tuổi bố là $(70 + 40) : 2 = 55$ (tuổi) và tuổi con gái là $55 - 40 = 15$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:

Tuổi của mẹ:

Tổng số tuổi của bố và con gái:



Tuổi của mẹ là:

$$(120 - 20) : 2 = 50 \text{ (tuổi)}$$

Tổng số tuổi của bố và con gái là:

$$120 - 50 = 70 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu giữa tuổi bố và con gái là 40 tuổi nên ta có số tuổi bố là:

$$(70 + 40) : 2 = 55 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của con gái là:

$$55 - 40 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: bố 55 tuổi, mẹ 50 tuổi, con gái 15 tuổi.

Ví dụ 2: Tính số tuổi của hai anh em, biết rằng 2 lần tuổi anh lớn hơn tổng số tuổi của hai anh em là 18 và hiệu số tuổi của hai anh em lớn hơn tuổi em là 6.

Hướng dẫn giải:

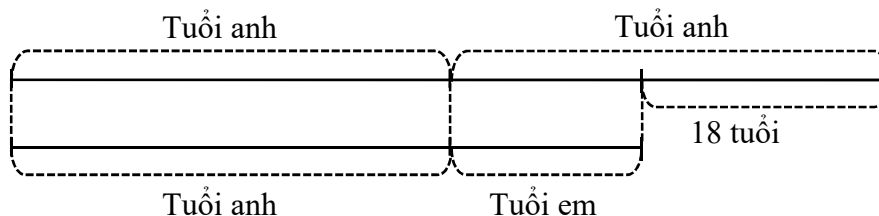
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: 2 lần tuổi anh lớn hơn tổng số tuổi của hai anh em là 18 và hiệu số tuổi của hai anh em lớn hơn tuổi em là 6.

- Bài toán yêu cầu: Tính số tuổi của hai anh em.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Ta dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ giữa tuổi anh, tuổi em, và mối quan hệ giữa chúng để tìm ra lời giải.

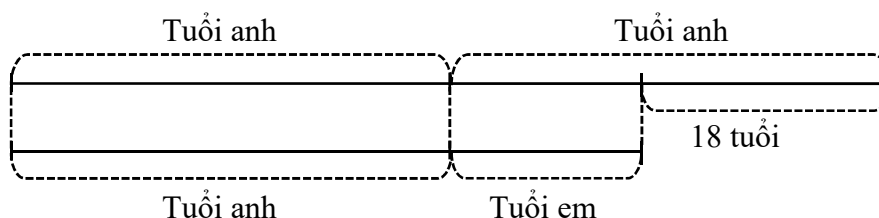
Ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ ta thấy hiệu số tuổi của hai anh em là 18. Mặt khác, hiệu số tuổi của hai anh em lớn hơn tuổi em là 6. Vậy tuổi em là $18 - 6 = 12$ (tuổi). Tuổi anh là $12 + 18 = 30$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Nhìn sơ đồ ta thấy hiệu số tuổi của hai anh em là 18 tuổi.

Tuổi em là:

$$18 - 6 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi anh là:

$$12 + 18 = 30 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 12 tuổi, anh 30 tuổi.

Ví dụ 3: Năm năm về trước tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58. Năm năm sau mẹ nhiều hơn con lớn 25 tuổi và mẹ nhiều hơn con nhỏ 31 tuổi. Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm năm về trước tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58. Năm năm sau mẹ nhiều hơn con lớn 25 tuổi và mẹ nhiều hơn con nhỏ 31 tuổi.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi của mỗi người hiện nay.
- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Vì hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian nên mẹ luôn

$58 + 5 \times 3 = 73$ (tuổi). Ta dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn số tuổi của mẹ, con lớn và con gái ở thời điểm hiện nay.

Tuổi con nhỏ:  31 tuổi

Tuổi con lớn:  31 tuổi

Tuổi mẹ:  25 tuổi

73 tuổi

Lời giải:

$$58 + 5 \times 3 = 73 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con nhỏ:  31 tuổi

Tuổi con lớn:  30 tuổi

Tuổi mẹ:  25 tuổi

73 tuổi

$$73 + 31 + 25 = 129 \text{ (tuổi)}$$
$$129 : 3 = 43 \text{ (tuổi)}$$
$$43 - 25 = 18 \text{ (tuổi)}$$
$$43 - 31 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Tính số tuổi của hai anh em, biết rằng 2 lần tuổi anh lớn hơn tổng số tuổi của hai anh em là 6 và hiệu số tuổi của hai anh em nhỏ hơn tuổi em là 4.

Đáp số: anh 16 tuổi, em 10 tuổi.

Bài tập 2: Tính số tuổi của hai chị em, biết rằng 2 lần tuổi chị lớn hơn tổng số tuổi của hai chị em là 9 và hiệu số tuổi của hai chị em nhỏ hơn tuổi em là 4.

Đáp số: chị 22 tuổi, em 13 tuổi.

Bài tập 3: Tính số tuổi của hai chú cháu, biết rằng 2 lần tuổi chú lớn hơn tổng số tuổi của hai chú cháu là 22 và hiệu số tuổi của hai chú cháu lớn hơn tuổi cháu là 13.

Đáp số: chú 31 tuổi, cháu 9 tuổi.

Bài tập 4: Tuổi em năm nay nhiều hơn hiệu số tuổi của hai chị em là 12 tuổi. Tổng số tuổi của hai chị em cùng nhỏ hơn 2 lần tuổi của chị là 3 tuổi. Tính tuổi chị, tuổi em.

Đáp số: em 15 tuổi, chị 18 tuổi.

Bài tập 5: Nếu gấp đôi số tuổi của người anh rồi so với tổng số tuổi của hai anh em thì lớn hơn 20. Tính tuổi của anh, tuổi của em. Biết tuổi của người em hơn hiệu số tuổi của hai anh em là 5.

Đáp số: em 25 tuổi, anh 45 tuổi.

Bài tập 6: Hiện nay tổng số tuổi của ba mẹ con cộng lại bằng 54. Biết rằng mẹ hơn con gái 20 tuổi và hơn con trai 25 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: mẹ 33 tuổi, con gái 13 tuổi, con trai 8 tuổi.

Bài tập 7: Năm nay tuổi bà, mẹ và cháu cộng lại bằng 88. Mười năm sau, bà nhiều hơn mẹ 25 tuổi và nhiều hơn cháu 46 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: bà 53 tuổi, mẹ 28 tuổi, cháu 7 tuổi.

Bài tập 8: Hiện nay tổng số tuổi của ba cha con cộng lại bằng 84. Năm năm trước, cha nhiều hơn con lớn 24 tuổi và nhiều hơn con nhỏ 27 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: cha 45 tuổi, con lớn 21 tuổi, con nhỏ 18 tuổi.

Bài tập 9: Tám năm về trước, tổng số tuổi của ba cha con cộng lại bằng 45. Tám năm sau, cha nhiều hơn con lớn 26 tuổi và nhiều hơn con nhỏ 34 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: cha 43 tuổi, con lớn 17 tuổi, con nhỏ 9 tuổi.

Bài tập 10: Cách đây 3 năm tổng số tuổi của bà, mẹ và dì là 130 tuổi. Biết rằng hiện nay tổng số tuổi của mẹ và dì lớn hơn bà 11 tuổi, hiệu số tuổi giữa mẹ và dì là 5 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: bà 64 tuổi, mẹ 40 tuổi, dì 35 tuổi.

c. Dạng toán tính tuổi liên quan đến số trung bình cộng

Ví dụ 1: Hiện nay, trung bình số tuổi của bố, mẹ và An là 22 tuổi. Nếu không tính tuổi của bố thì trung bình cộng số tuổi của mẹ và An là 17 tuổi. Tính tuổi bố An hiện nay?

Hướng dẫn giải:

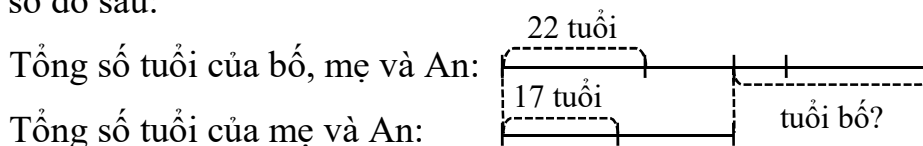
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hiện nay, trung bình số tuổi của bố, mẹ và An hiện nay là 22 tuổi và trung bình cộng số tuổi của mẹ và An là 17 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi bố An hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán liên quan đến số trung bình cộng. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn tổng số tuổi của bố, mẹ và An; tổng số tuổi của mẹ và An. Nếu tổng số tuổi của bố, mẹ và An có giá trị là một đoạn thẳng gồm 3 phần bằng nhau, mỗi phần tương ứng với 22 tuổi thì tổng số tuổi của mẹ và An có giá trị là một đoạn thẳng ngắn hơn tổng số tuổi của bố, mẹ và An; gồm 2 phần bằng nhau, mỗi phần tương ứng với 17 tuổi.

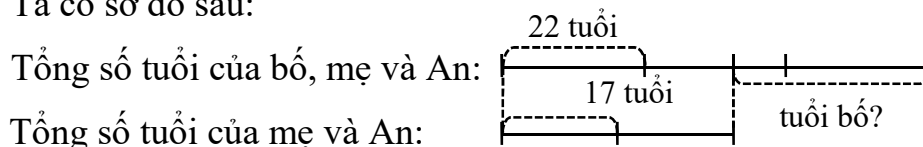
Ta có sơ đồ sau:



Từ sơ đồ ta tính được tổng số tuổi của bố, mẹ và An là $22 \times 3 = 66$ (tuổi). Tổng số tuổi của mẹ và An là: $17 \times 2 = 34$ (tuổi). Vậy tuổi bố hiện nay là $66 - 34 = 32$ (tuổi).

Lời giải:

Ta có sơ đồ sau:



Tổng số tuổi của bố, mẹ và An là:

$$22 \times 3 = 66 \text{ (tuổi)}$$

Tổng số tuổi của mẹ và An là:

$$17 \times 2 = 34 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của bố An hiện nay là:

$$66 - 34 = 32 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 32 tuổi.

Ví dụ 2: Trong một gia đình nếu tính tuổi trung bình của cả bố, mẹ và con gái thì mỗi người 40 tuổi. Nếu lấy tuổi của con gái gấp lên 3 lần rồi cộng thêm 5 tuổi hoặc lấy tuổi của bố bớt đi 5 tuổi thì đều được tuổi của mẹ. Tính tuổi con, tuổi mẹ, tuổi bố.

Hướng dẫn giải:

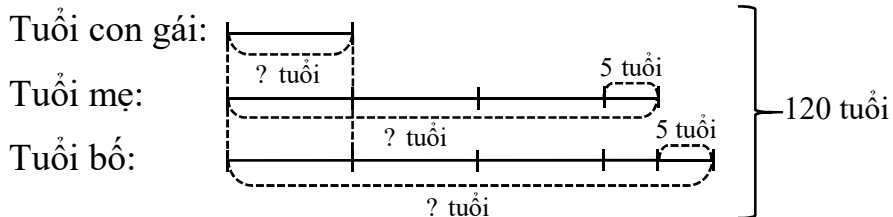
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tuổi trung bình của cả bố, mẹ và con gái là 40 tuổi. Nếu lấy tuổi của con gái gấp lên 3 lần rồi cộng thêm 5 tuổi hoặc lấy tuổi của bố bớt đi 5 tuổi thì đều được tuổi của mẹ.

- Bài toán yêu cầu: Tính số tuổi con gái, tuổi mẹ, tuổi bố.

- Bài toán thuộc dạng bài toán liên quan đến số trung bình cộng. Tổng số tuổi của bố, mẹ và em gái là $40 \times 3 = 120$ (tuổi). Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị mối quan hệ giữa tuổi con gái, tuổi mẹ và tuổi bố. Nếu coi tuổi con có giá trị là một phần thì tuổi mẹ có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế và cộng thêm 1 phần nhỏ hơn tương ứng với 5 tuổi; tuổi bố có giá trị lớn hơn tuổi mẹ một phần tương ứng với 5 tuổi.

Ta có sơ đồ:



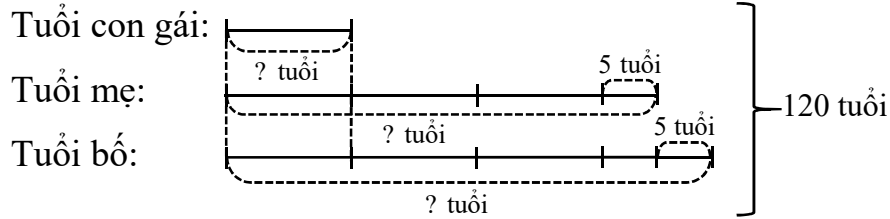
Từ sơ đồ ta thấy tuổi bố hơn 3 lần là $5 + 5 = 10$ (tuổi). Ta tính được 7 lần tuổi con là $120 - 5 - 10 = 105$ (tuổi). Suy ra tuổi con là $105 : 7 = 15$ (tuổi). Tuổi mẹ là $15 \times 3 + 5 = 50$ (tuổi). Tuổi bố là $50 + 5 = 55$ (tuổi).

Lời giải:

Tổng số tuổi của ba người là:

$$40 \times 3 = 120 \text{ (tuổi)}$$

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ ta thấy tuổi bố hơn 3 lần tuổi con là:

$$5 + 5 = 10 \text{ (tuổi)}$$

7 lần tuổi con là:

$$120 - 5 - 10 = 105 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con gái là:

$$105 : 7 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi mẹ là:

$$15 \times 3 + 5 = 50 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi bố là:

$$50 + 5 = 55 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: con 15 tuổi, mẹ 50 tuổi, bố 55 tuổi.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Hiện nay, trung bình số tuổi của bố, mẹ và Minh là 31 tuổi. Nếu không tính tuổi của bố thì trung bình cộng số tuổi của mẹ và Minh là 24 tuổi. Tính tuổi bố Minh hiện nay?

Đáp số: 45 tuổi.

Bài tập 2: Hiện nay, trung bình số tuổi của bà, mẹ và dì là 41 tuổi. Nếu không tính tuổi của bà thì trung bình cộng số tuổi của mẹ và dì là 29 tuổi. Tính tuổi bà ở thời điểm mười năm về trước?

Đáp số: 55 tuổi.

Bài tập 3: Năm năm trước, trung bình số tuổi của anh cả, anh hai và em út là 13 tuổi; nếu không tính tuổi của anh cả thì trung bình cộng số tuổi của anh hai và em út khi ấy là 11 tuổi. Tính tuổi anh cả hiện nay?

Đáp số: 22 tuổi.

Bài tập 4: Tám năm trước, trung bình số tuổi của ông, bà và bố là 60 tuổi; nếu không tính tuổi của ông thì trung bình cộng số tuổi của bà và bố khi ấy là 55 tuổi. Tính tuổi ông hiện nay?

Đáp số: 70 tuổi.

Bài tập 5: Tuổi trung bình của 11 cầu thủ một đội bóng là 19 tuổi. Nếu không kể thủ môn thì tuổi trung bình của 10 cầu thủ là 18 tuổi. Hỏi thủ môn bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 29 tuổi.

Bài tập 6: Tuổi trung bình của cô giáo chủ nhiệm và 33 học sinh trong lớp 4A là 12. Nếu không kể cô giáo chủ nhiệm thì tuổi trung bình của 33 học sinh trong lớp 4A là 11. Tính tuổi cô giáo.

Đáp số: 45 tuổi.

Bài tập 7: Trung bình cộng tuổi của ông, tuổi của bố và tuổi của cháu là 36 tuổi, trung bình cộng tuổi bố và tuổi cháu là 23 tuổi. Ông hơn cháu 54 tuổi. Hỏi tuổi của ông, của bố, của cháu là bao nhiêu?

Đáp số: ông 62 tuổi, bố 38 tuổi, cháu 8 tuổi.

Bài tập 8: Trung bình cộng tuổi bố, mẹ, Mai và em là 21 tuổi. Nếu không tính tuổi Mai thì trung bình cộng tuổi của 3 người còn lại là 25 tuổi. Tính tuổi của Mai và em Mai biết Mai hơn em 4 tuổi.

Đáp số: Mai 9 tuổi, em 5 tuổi.

Bài tập 9: Trong một gia đình nếu tính tuổi trung bình của cả bố, mẹ và con gái thì mỗi người 26 tuổi. Nếu lấy tuổi của con gái gấp lên 4 lần rồi cộng thêm 2 tuổi hoặc lấy tuổi của bố bớt đi 2 tuổi thì đều được tuổi của mẹ. Tính tuổi con gái, tuổi mẹ, tuổi bố.

Đáp số: bố 36 tuổi, mẹ 34 tuổi, con gái 8 tuổi.

Bài tập 10: Hiện nay tuổi trung bình của cả bố, mẹ và Mai thì mỗi người 36 tuổi. Nếu lấy tuổi của Mai gấp lên 5 lần rồi cộng thêm 6 tuổi hoặc lấy tuổi của bố bớt đi 8 tuổi thì đều được tuổi của mẹ. Tính tuổi Mai, tuổi mẹ và tuổi bố ở thời điểm sáu năm sau.

Đáp số: bố 60 tuổi, mẹ 52 tuổi, Mai 14 tuổi.

2.2. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP CHIA TỈ LỆ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI

2.2.1. Dạng toán cho biết tổng số tuổi và tỉ số tuổi của hai người

Ví dụ 1: Cách đây 8 năm, tổng số tuổi của hai chị em là 24 tuổi. Hiện nay tuổi em bằng $\frac{3}{5}$ tuổi chị. Tìm tuổi của mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

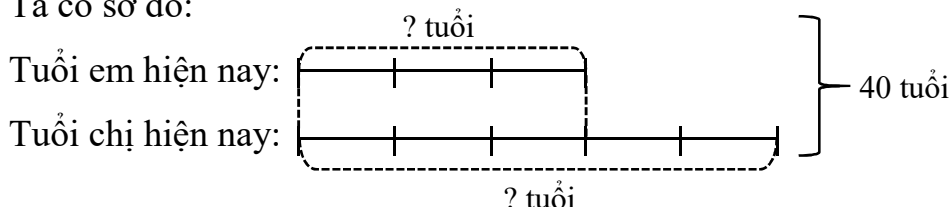
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Cách đây 8 năm, tổng số tuổi của hai chị em là 24 tuổi. Hiện nay tuổi em bằng $\frac{3}{5}$ tuổi chị.

- Bài toán yêu cầu: Tìm tuổi của mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó. Sau mỗi năm, mỗi người tăng thêm 1 tuổi. Vậy sau 8 năm thì cả chị và em đều tăng thêm mỗi người 8 tuổi. Vậy tổng số tuổi của hai chị em hiện nay là $24 + 8 \times 2 = 40$ tuổi. Hiện nay, tuổi em bằng $\frac{3}{5}$ tuổi chị. Ta dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn số tuổi của hai chị em hiện nay. Nếu coi tuổi em có giá trị là 3 phần bằng nhau thì tuổi của chị là 5 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ:



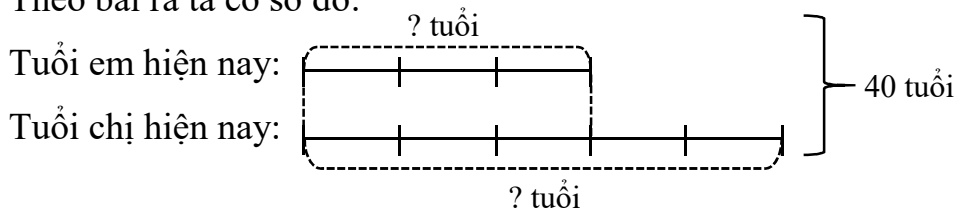
Từ sơ đồ bài toán, ta tìm được kết quả bài toán: tuổi chị hiện nay là $40 : (3 + 5) \times 5 = 25$ (tuổi), tuổi em hiện nay là $40 - 25 = 15$ (tuổi).

Lời giải:

Tổng số tuổi của hai chị em hiện nay là:

$$24 + 8 \times 2 = 40 \text{ (tuổi)}$$

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi chị hiện nay là:

$$40 : (3 + 5) \times 5 = 25 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi em hiện nay là:

$$40 - 25 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 15 tuổi, chị 25 tuổi.

Ví dụ 2: Cách đây 8 năm tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của 2 mẹ con lúc đó là 32 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Cách đây 8 năm tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của 2 mẹ con lúc đó là 32 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tìm thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con.

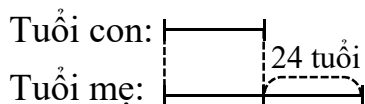
- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó. Cách đây 8 năm tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của 2 mẹ con lúc đó là 32 tuổi. Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn tuổi mẹ, tuổi con cách đây 8 năm. Nếu tuổi con trước đây có giá trị là 1 phần thì tuổi mẹ trước đây có giá trị 7 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ tuổi mẹ và con cách đây 8 năm:



Từ sơ đồ ta tính được tuổi con cách đây 8 năm là $32 : (1 + 7) = 4$ (tuổi) nên tuổi con hiện nay là $4 + 8 = 12$ (tuổi). Hiệu số tuổi của mẹ và con là $4 \times 6 = 24$ (tuổi). Khi tuổi mẹ gấp đôi tuổi con, hiệu số tuổi của hai người là không đổi, ta dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn số tuổi mẹ và tuổi con khi đó.

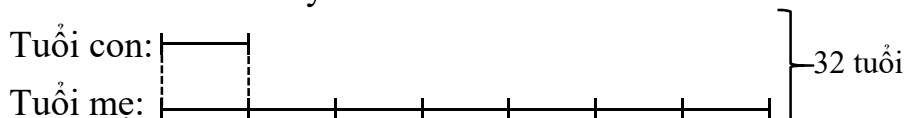
Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp đôi tuổi con:



Dựa vào sơ đồ ta tính được tuổi con khi ấy là $24 \times (2 - 1) = 24$ (tuổi). Qua đó ta tìm thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con là $24 - 12 = 12$ (năm).

Lời giải:

Ta có sơ đồ cách đây 8 năm:



Tuổi con cách đây 8 năm là:

$$32 : (1 + 7) = 4 \text{ (tuổi)}$$

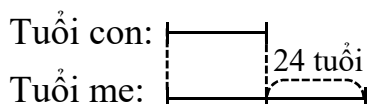
Tuổi con hiện nay là:

$$4 + 8 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của mẹ và con là:

$$4 \times 6 = 24 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi của tuổi mẹ và tuổi con không đổi theo thời gian. Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con:



Khi mẹ gấp 2 lần tuổi con thì tuổi con là:

$$24 \times (2 - 1) = 24 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con là:

$$24 - 12 = 12 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 12 năm.

Ví dụ 3: Năm nay tổng số tuổi của hai anh em bằng 22. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

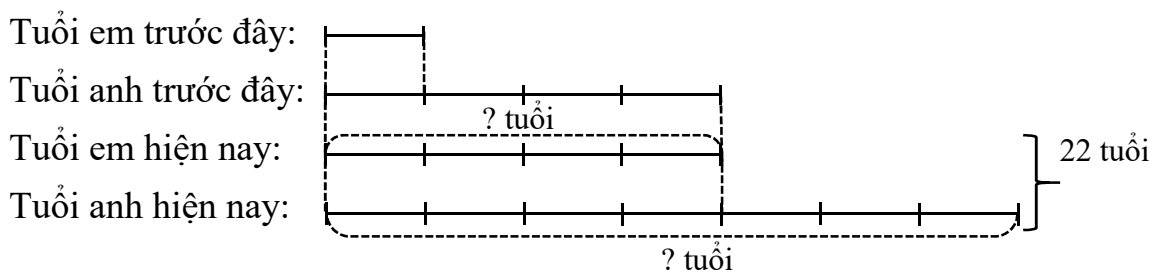
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay tổng số tuổi của hai anh em bằng 22. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó. Vì hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ giữa tuổi anh và tuổi em ở hai thời điểm trước đây khi tuổi anh bằng tuổi em và hiện nay. Nếu coi tuổi em trước đây có giá trị là 1 phần thì tuổi anh trước đây có giá trị là 4 phần bằng nhau như thế. Hiệu số tuổi của hai anh em là 4 phần – 1 phần = 3 phần bằng nhau. Tuổi em hiện nay bằng tuổi anh trước đây có giá trị là 4 phần bằng nhau như thế. Hiệu số tuổi của hai anh em là không đổi nên tuổi anh hiện nay có giá trị là 4 phần + 3 phần = 7 phần bằng nhau như thế. Tổng số tuổi của hai anh em hiện nay là 22 tuổi.

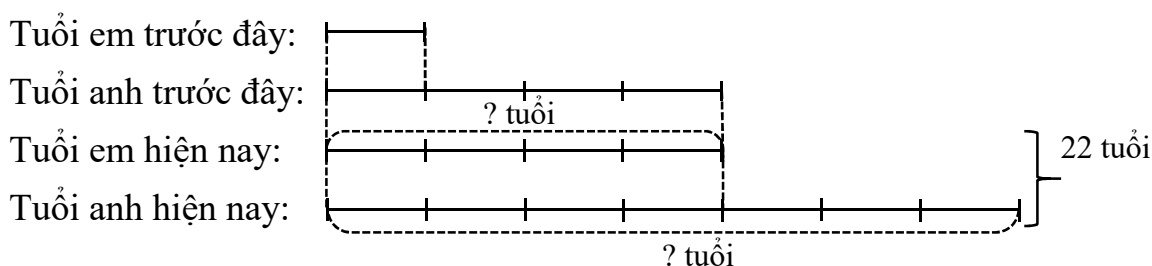
Ta có sơ đồ sau:



Từ sơ đồ ta tính được tìm được kết quả bài toán tuổi em hiện nay là $22 : (4 + 7) \times 4 = 8$ (tuổi). Tuổi anh hiện nay là $22 - 8 = 14$ (tuổi).

Lời giải:

Vì hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian. Ta có sơ đồ sau:



Tuổi em hiện nay là:

$$22 : (4 + 7) \times 4 = 8 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi anh hiện nay là:

$$22 - 8 = 14 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 8 tuổi, anh 14 tuổi.

Ví dụ 4: Năm nay tuổi mẹ hơn 5 lần tuổi con là 3 tuổi. Khi tuổi con bằng tuổi mẹ hiện nay thì tổng số tuổi của hai mẹ con bằng 79. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay tuổi mẹ hơn 5 lần tuổi con là 3 tuổi. Khi tuổi con bằng tuổi mẹ hiện nay thì tổng số tuổi của hai mẹ con bằng 79.

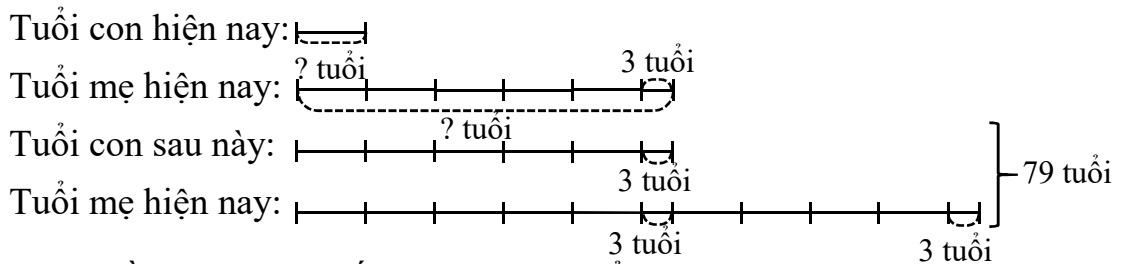
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó. Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con không đổi theo thời gian. Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ giữa số tuổi của mẹ và tuổi của con ở hai thời điểm hiện nay và sau này khi tuổi con bằng tuổi mẹ hiện nay. Nếu coi tuổi con hiện nay có giá trị là 1 phần thì tuổi mẹ hiện nay có giá trị là 5 phần bằng nhau như

thể cộng thêm 1 phần nhỏ tương ứng với 3 tuổi. Hiệu số tuổi của hai mẹ con là 4 phần bằng nhau như thể cộng thêm 1 phần nhỏ tương ứng với 3 tuổi. Tuổi con sau này bằng tuổi mẹ hiện nay có giá trị là 5 phần bằng nhau như thể cộng thêm 1 phần nhỏ tương ứng với 3 tuổi. Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không đổi nên tuổi mẹ sau này có giá trị là 5 phần + 4 phần = 6 phần bằng nhau và cộng thêm 1 phần nhỏ + 1 phần nhỏ = 2 phần nhỏ, tương ứng với 6 tuổi.

Ta có sơ đồ:

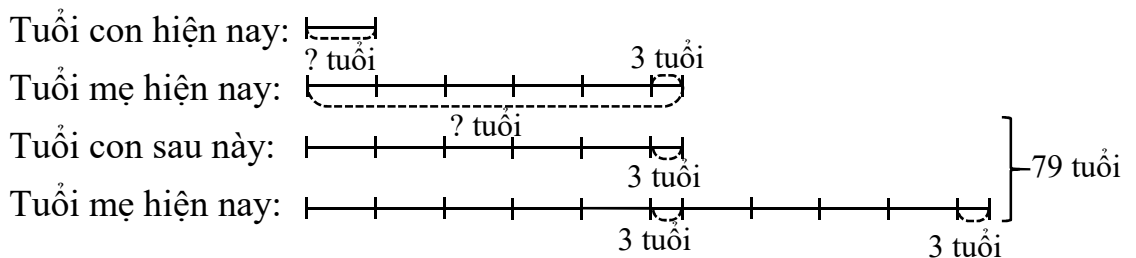
Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không đổi. Theo bài ra ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ ta tìm được kết quả bài toán tuổi con hiện nay là $(79 - 3 \times 3) : (5 + 9) = 5$ (tuổi). Tuổi mẹ hiện nay là $5 \times 5 + 3 = 28$ (tuổi).

Lời giải:

Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không đổi. Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi con hiện nay là:

$$(79 - 3 \times 3) : (5 + 9) = 5 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi mẹ hiện nay là:

$$5 \times 5 + 3 = 28 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: con 5 tuổi, mẹ 28 tuổi.

Ví dụ 5: Tuổi cháu hiện nay gấp 3 lần tuổi cháu khi tuổi cô bằng tuổi cháu hiện nay. Khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 96. Tìm tuổi hiện nay của mỗi người.

Hướng dẫn giải:

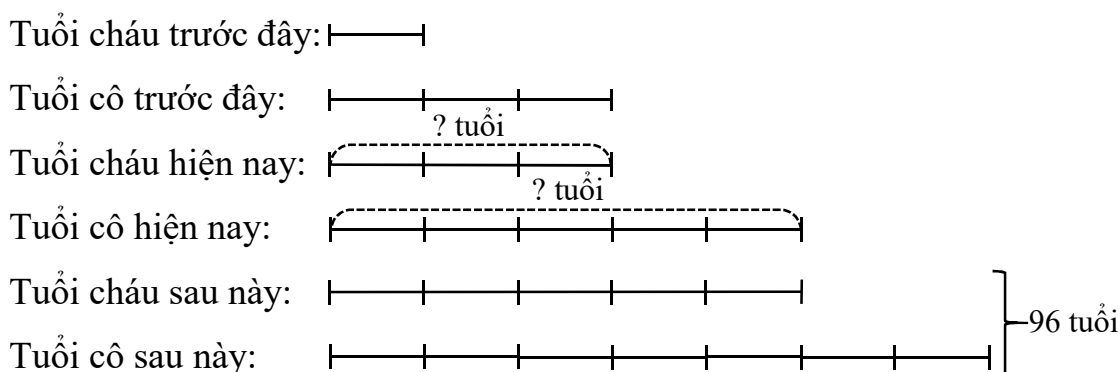
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tuổi cháu hiện nay gấp 3 lần tuổi cháu khi tuổi cô bằng tuổi cháu hiện nay. Khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 96.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi hiện nay của mỗi người.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó. Vì hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian, ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ giữa tuổi cháu và tuổi cô ở các thời điểm: trước đây, hiện nay, sau này. Nếu coi tuổi cháu trước đây có giá trị là 1 phần thì tuổi cháu hiện nay có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế. Tuổi cô trước đây bằng tuổi cháu hiện nay có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế. Hiệu số tuổi của tuổi cô và tuổi cháu trước đây là 3 phần - 1 phần = 2 phần bằng nhau như thế. Vì hiệu số tuổi của hai cô cháu là không đổi theo thời gian nên tuổi cô hiện nay có giá trị là 3 phần + 2 phần = 5 phần bằng nhau như thế. Tuổi cháu sau này bằng tuổi cô hiện nay có giá trị là 5 phần bằng nhau như thế. Tuổi cô sau này có giá trị là 5 phần + 2 phần = 7 phần bằng nhau như thế. Tổng số tuổi của cô và cháu sau này là 96 tuổi.

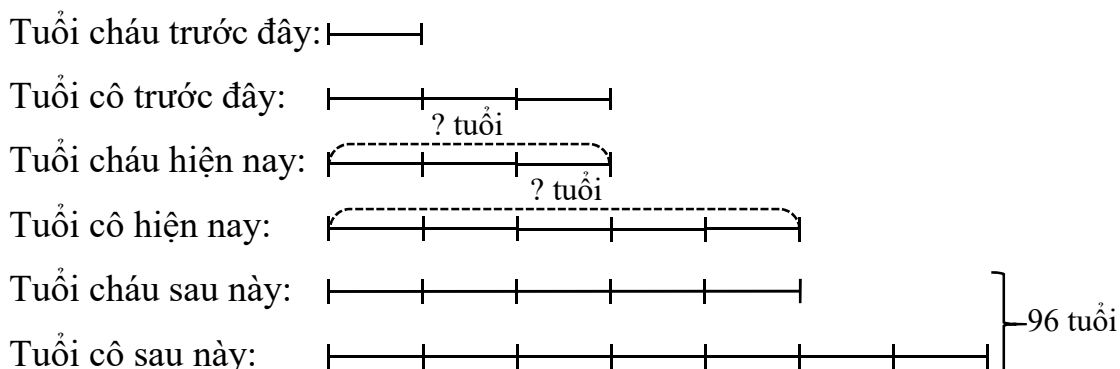
Ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ, ta tính được giá trị của 1 phần bằng nhau là $96 : (7 + 5) = 8$ (tuổi). Tuổi cháu hiện nay là $8 \times 3 = 24$ (tuổi). Tuổi cô hiện nay là $8 \times 5 = 40$ (tuổi).

Lời giải:

Vì hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian, ta có sơ đồ:



Giá trị của 1 phần bằng nhau là:

$$96 : (7 + 5) = 8 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi cháu hiện nay là:

$$8 \times 3 = 24 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi cô hiện nay là:

$$8 \times 5 = 40 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: cô 40 tuổi, cháu 24 tuổi.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Tổng số tuổi của hai anh em Hoà là 27. Biết $\frac{2}{3}$ số tuổi của Hoà thì bằng $\frac{1}{3}$ số tuổi của anh Hoà. Tính tuổi Hoà và anh Hoà.

Đáp số: Hoà 9 tuổi, anh Hoà 18 tuổi.

Bài tập 2: Hai năm trước tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 50. Hiện nay 2 lần tuổi cô bằng 7 lần tuổi cháu. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: Cô 42 tuổi, cháu 12 tuổi.

Bài tập 3: Cháu hỏi ông: “Ông ơi! Năm nay ông bao nhiêu tuổi ạ?”. Ông trả lời: “Năm nay cháu 10 tuổi. Tuổi bố cháu bằng nửa tuổi ông. Tổng số tuổi của ông, của bố và của cháu bằng 115”. Cháu hãy tính tuổi của ông nhé. Hiện nay ông gấp mấy lần tuổi cháu?

Đáp số: 70 tuổi; 7 lần.

Bài tập 4: Tuổi bố gấp 3 lần tuổi anh, tuổi anh gấp 2 lần tuổi em, tuổi bố cộng tuổi em là 42 tuổi. Tính tuổi bố, tuổi anh và tuổi em.

Đáp số: em 6 tuổi, anh 12 tuổi, bố 36 tuổi.

Bài tập 5: Năm nay tuổi mẹ cộng với tuổi con được 48 tuổi. 15 năm nữa thì 2 lần tuổi mẹ khi ấy bằng 7 lần tuổi con hiện nay. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: con 14 tuổi, mẹ 34 tuổi.

Bài tập 6: Cách đây 10 năm tuổi mẹ gấp 6 lần tuổi con và tổng số tuổi của 2 mẹ con lúc đó là 28 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con?

Đáp số: 6 năm.

Bài tập 7: Năm nay tuổi hai cha con cộng lại bằng 42 tuổi. Đến khi tuổi con bằng tuổi cha hiện nay thì tuổi con lúc đó bằng $\frac{6}{11}$ tuổi cha. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: con 6 tuổi, cha 36 tuổi.

Bài tập 8: Tuổi của hai mẹ con năm nay cộng lại bằng 85 tuổi. Trước đây khi tuổi mẹ bằng tuổi con hiện nay thì tuổi mẹ gấp 6 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: con 30 tuổi, mẹ 55 tuổi.

2.2.2. Dạng toán cho biết hiệu số tuổi và tỉ số tuổi của hai người

Loại 1. Cho biết trực tiếp hiệu số tuổi của hai người

Ví dụ 1: Hiện nay mẹ hơn Minh 21 tuổi, biết tuổi mẹ bằng $\frac{5}{2}$ tuổi của Minh. Tính tuổi của mẹ và Minh?

Hướng dẫn giải:

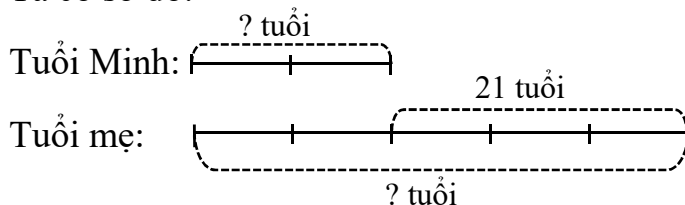
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hiện nay mẹ hơn Minh 21 tuổi, tuổi mẹ bằng $\frac{5}{2}$ tuổi của Minh.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi của mẹ và Minh.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị mối quan hệ giữa tuổi mẹ và Minh hiện nay. Nếu coi tuổi Minh có giá trị là 2 phần bằng nhau thì tuổi mẹ có giá trị là 5 phần bằng nhau như thế.

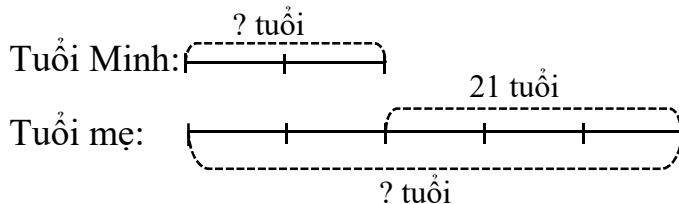
Ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ ta tìm được kết quả của bài toán: Tuổi của mẹ hiện nay là $21 : (5 - 2) \times 5 = 35$ (tuổi). Tuổi của Minh hiện nay là $35 - 21 = 14$ (tuổi).

Lời giải:

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi của mẹ hiện nay là:

$$21 : (5 - 2) \times 5 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của Minh hiện nay là:

$$35 - 21 = 14 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: mẹ 35 tuổi, con 14 tuổi.

Ví dụ 2: Hiện nay con 4 tuổi, mẹ 32 tuổi. Hỏi bao nhiêu năm nữa thì tuổi mẹ sẽ gấp 3 lần tuổi con?

Hướng dẫn giải:

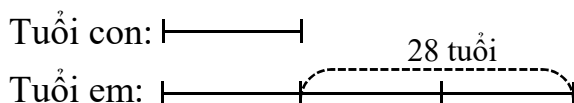
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hiện nay con 2 tuổi, mẹ 26 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tìm thời gian từ nay đến khi mẹ gấp 3 lần tuổi con.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Hiệu số tuổi của hai mẹ con là $32 - 4 = 28$ (tuổi). Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không đổi theo thời gian nên khi tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con thì mẹ vẫn hơn con 28 tuổi. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ giữa tuổi mẹ và tuổi con khi tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Nếu coi tuổi con có giá trị là 1 phần thì tuổi mẹ có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con:



Từ sơ đồ ta tính được tuổi con khi đó là $28 : (3 - 1) = 14$ (tuổi). Suy ra thời gian từ nay cho đến khi mẹ gấp 3 lần tuổi con là $14 - 4 = 10$ (năm).

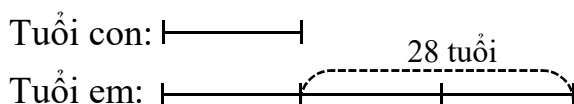
Lời giải:

Mẹ hơn con số tuổi là:

$$32 - 4 = 28 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con không đổi theo thời gian nên khi mẹ gấp 3 lần tuổi con thì mẹ vẫn hơn 28 tuổi.

Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con:



Tuổi con khi tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con là:

$$28 : (3 - 1) = 14 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay cho đến khi mẹ gấp 3 lần tuổi con là:

$$14 - 4 = 10 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 10 năm.

Ví dụ 3: Cách đây 5 năm, em lên 5 và kém chị 6 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em?

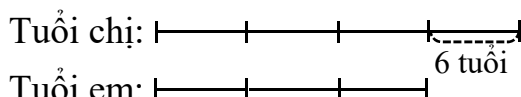
Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Cách đây 5 năm, em lên 5 và kém chị 6 tuổi.
- Bài toán yêu cầu: Tìm thời gian từ nay cho đến khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Cách đây 5 năm, em lên 5 và kém chị 6 tuổi. Ta tính được tuổi em hiện nay là: $5 + 5 = 10$ (tuổi). Vì hiệu số tuổi của hai chị em không đổi theo thời gian, ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ giữa tuổi chị và tuổi em khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em. Coi tuổi em có giá trị là 3 phần bằng nhau thì tuổi chị có giá trị là 4 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em:



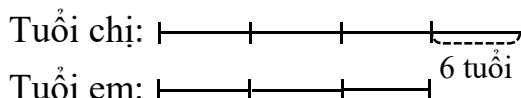
Từ sơ đồ ta tìm được tuổi em khi đó là $6 : (4 - 3) \times 3 = 18$ (tuổi). Thời gian từ nay đến khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em là $18 - 10 = 8$ (năm).

Lời giải:

Tuổi em hiện nay là:

$$5 + 5 = 10 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi của hai chị em không thay đổi theo thời gian, ta có sơ đồ khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em:



Tuổi em khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em:

$$6 : (4 - 3) \times 3 = 18 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay đến khi 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em là:

$$18 - 10 = 8 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 8 năm.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Mẹ hơn con 30 tuổi. Tuổi con bằng $\frac{1}{6}$ tuổi mẹ. Tính tuổi của mỗi người.

Đáp số: con 6 tuổi, mẹ 36 tuổi.

Bài tập 2: Năm nay con ít hơn tuổi bố 35 tuổi và bằng $\frac{2}{9}$ tuổi bố. Hỏi năm nay con bao nhiêu tuổi.

Đáp số: 10 tuổi.

Bài tập 3: Năm nay anh 19 tuổi và em 4 tuổi. Hỏi cách đây mấy năm thì tuổi anh gấp 2,5 lần tuổi em?

Đáp số: 6 năm.

Bài tập 4: Hiện nay, tuổi của mẹ gấp 6 lần tuổi con. Sau 4 năm nữa, tuổi của mẹ hơn tuổi của con 30 tuổi. Tính số tuổi của con và tuổi của mẹ hiện nay.

Đáp số: mẹ 36 tuổi, con 6 tuổi.

Bài tập 5: Cách đây 6 năm, tuổi của Hương bằng $\frac{1}{5}$ tuổi của mẹ. Năm nay mẹ hơn Hương 28 tuổi. Tính tuổi của mẹ hiện nay.

Đáp số: 41 tuổi.

Bài tập 6: Mẹ hơn con 27 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay biết rằng 3 năm nữa tuổi con bằng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ.

Đáp số: mẹ 33 tuổi, con 6 tuổi.

Bài tập 7: Hiện nay con 8 tuổi, mẹ 32 tuổi. Hỏi bao nhiêu năm nữa thì tuổi mẹ sẽ gấp rưỡi tuổi con?

Đáp số: 40 năm.

Bài tập 8: Mẹ hơn con 25 tuổi. Biết $\frac{1}{7}$ tuổi mẹ bằng $\frac{1}{2}$ tuổi con và bằng $\frac{1}{8}$ tuổi bố. Tính tuổi con, tuổi mẹ và tuổi bố?

Đáp số: con 10 tuổi, mẹ 35 tuổi, bố 40 tuổi.

Bài tập 9: Cách đây 2 năm, con 5 tuổi và kém cha 30 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi cha gấp 3 lần tuổi con.

Đáp số: 8 năm.

Bài tập 10: Tuổi Lan hai năm nữa sẽ gấp 2 lần tuổi Lan cách đây hai năm. Hiện nay Lan bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 6 tuổi.

Loại 2. Phải giải một bài toán phụ để tìm hiệu số tuổi của hai người

Ví dụ 1: Sau 5 năm nữa thì tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con và tổng số tuổi của hai mẹ con lúc đó là 60. Hỏi cách đây mấy năm thì tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con?

Hướng dẫn giải:

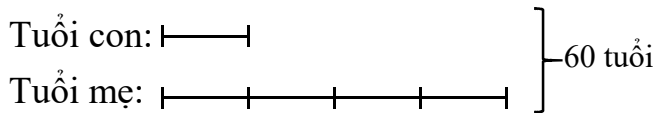
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Sau 5 năm nữa thì tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con và tổng số tuổi của hai mẹ con lúc đó là 60.

- Bài toán yêu cầu: Tính khoảng thời gian từ khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con cho đến nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị số tuổi của hai mẹ con sau 5 năm nữa. Nếu coi tuổi con sau 5 năm nữa có giá trị là 1 phần thì tuổi mẹ khi ấy có giá trị là 4 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ tuổi mẹ và tuổi con sau 5 năm nữa:



Từ sơ đồ ta tính được tuổi con sau 5 năm nữa là $60 : (1 + 4) = 12$ (tuổi). Tuổi con hiện nay là $12 - 5 = 7$ (tuổi). Hiệu số tuổi của hai mẹ con là $12 \times 3 = 36$ (tuổi). Khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con, hiệu số tuổi của hai người không đổi. Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn tuổi mẹ và tuổi con khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con.

Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con:



Từ sơ đồ, ta tính được số tuổi con khi ấy là $36 : (7 - 1) = 6$ (tuổi). Từ đó ta tìm được khoảng thời gian từ khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con cho đến nay là $7 - 6 = 1$ (năm).

Lời giải:

Ta có sơ đồ tuổi mẹ và tuổi con sau 5 năm nữa:



Tuổi con sau 5 năm nữa là:

$$60 : (1 + 4) = 12 \text{ (tuổi)}$$

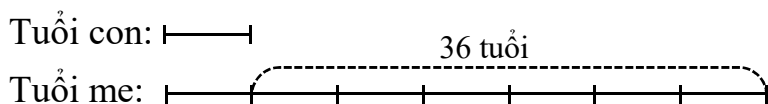
Tuổi con hiện nay là:

$$12 - 5 = 7 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của hai mẹ con là:

$$12 \times 3 = 36 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không đổi theo thời gian. Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con:



Khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con thì tuổi con là:

$$36 : (7 - 1) = 6 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ khi tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con đến nay là:

$$7 - 6 = 1 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 1 năm.

Ví dụ 2: Mẹ sinh con năm 24 tuổi. Tổng số tuổi của hai mẹ con năm nay bằng 40 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ?

Hướng dẫn giải:

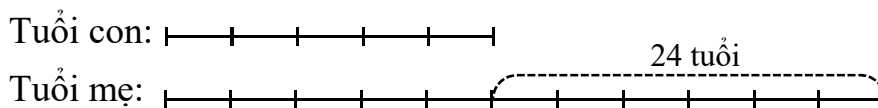
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Mẹ sinh con năm 24 tuổi. Tổng số tuổi của hai mẹ con năm nay bằng 40 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tìm thời gian từ nay đến khi tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Mẹ sinh con năm 24 tuổi tức là mẹ hơn con 24 tuổi. Tổng số tuổi của hai mẹ con năm nay bằng 40 tuổi. Từ đó ta tính được tuổi con hiện nay là $(40 - 24) : 2 = 8$ (tuổi). Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ giữa tuổi mẹ và tuổi con khi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ. Nếu coi tuổi con có giá trị là 5 phần bằng nhau thì tuổi mẹ có giá trị là 11 phần bằng nhau như thế. Hiệu số tuổi của hai người không đổi là 24 tuổi.

Ta có sơ đồ khi tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ:



Từ sơ đồ ta tính được tuổi con khi đó là $24 : (11 - 5) \times 5 = 20$ (tuổi).

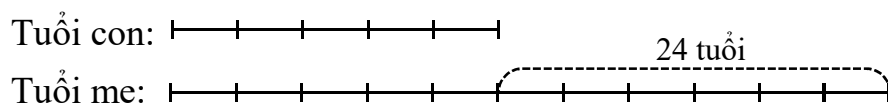
Vậy thời gian từ nay đến khi tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ là: $20 - 8 = 12$ (năm).

Lời giải:

Mẹ sinh con năm 24 tuổi. Mỗi năm tuổi mẹ và con đều tăng thêm 1 tuổi. Nên hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian là 24 năm.

Tuổi con hiện nay là:
 $(40 - 24) : 2 = 8$ (tuổi)

Ta có sơ đồ khi tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ:



Khi tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ thì tuổi con là:

$$24 : (11 - 5) \times 5 = 20 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay đến khi tuổi con bằng $\frac{5}{11}$ tuổi mẹ là:

$$20 - 8 = 12 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 12 năm.

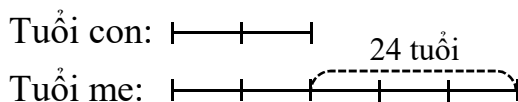
Ví dụ 3: Mẹ sinh con vào năm 2025 khi mẹ 24 tuổi. Hỏi đến năm bao nhiêu thì tuổi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Mẹ sinh con vào năm 2025 khi mẹ 24 tuổi.
- Bài toán yêu cầu: Hỏi đến năm bao nhiêu thì tuổi mẹ sẽ gấp hai lần rưỡi tuổi con.
- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Mẹ sinh con khi mẹ 24 tuổi tức là mẹ hơn con 24 tuổi. Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con không đổi theo thời gian nên khi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con, mẹ vẫn hơn con 24 tuổi. Gấp hai lần rưỡi tức là gấp 2,5 lần hay $\frac{5}{2}$ lần. Dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ giữa tuổi mẹ và tuổi con khi tuổi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con. Coi tuổi con có giá trị là 2 phần bằng nhau thì tuổi mẹ có giá trị là 5 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con:



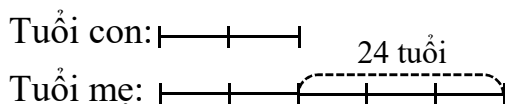
Từ sơ đồ ta tính được tuổi con khi tuổi mẹ gấp 2,5 lần tuổi con là $24 : (5 - 2) \times 2 = 16$ (tuổi). Vậy khi tuổi mẹ gấp 2,5 lần tuổi con là năm: $2025 + 16 = 2041$.

Lời giải:

Mẹ sinh con năm 24 tuổi tức là mẹ hơn con 24 tuổi.

Gấp hai lần rưỡi tức là gấp 2,5 lần hay $\frac{5}{2}$ lần.

Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không đổi theo thời gian, ta có sơ đồ khi tuổi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con:



Khi tuổi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con thì tuổi con là:

$$24 : (5 - 2) \times 2 = 16 \text{ (tuổi)}$$

Khi tuổi mẹ gấp hai lần rưỡi tuổi con là năm:

$$2025 + 16 = 2041$$

Đáp số: năm 2041.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Cách đây 8 năm, tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi cả hai mẹ con lúc này bằng 32 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con?

Đáp số: 12 năm.

Bài tập 2: Mẹ sinh con năm 28 tuổi. Tổng số tuổi của hai mẹ con năm nay bằng 38. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi con bằng $\frac{5}{12}$ tuổi mẹ?

Đáp số: 15 năm.

Bài tập 3: Năm nay mẹ hơn con gái 21 tuổi và tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con gái. Hỏi bao nhiêu năm nữa tuổi mẹ sẽ gấp 2 lần tuổi con gái?

Đáp số: 14 năm.

Bài tập 4: Năm nay bố hơn con gái 30 tuổi và tuổi bố gấp 4 lần tuổi con gái. Hỏi bao nhiêu năm nữa tuổi bố sẽ gấp 3 lần tuổi con gái?

Đáp số: 5 năm.

Bài tập 5: Hai năm trước đây tuổi hai chú cháu cộng lại bằng 24. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi chú gấp 3 lần tuổi cháu tính từ thời điểm hiện nay? Biết rằng 2 năm trước tuổi cháu có bao nhiêu ngày thì tuổi chú có bấy nhiêu tuần.

Đáp số: 4 năm.

Bài tập 6: Mẹ sinh con năm mẹ 24 tuổi. Năm nay, 8 lần tuổi con bằng 2 lần tuổi mẹ. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con.

Đáp số: 4 năm.

Bài tập 7: Mẹ sinh con vào năm 2025 khi mẹ 28 tuổi. Hỏi đến năm nào thì tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con?

Đáp số: năm 2039.

Bài tập 8: Sau 8 năm nữa thì tuổi ông gấp 6 lần tuổi ông và tổng số tuổi của hai ông cháu lúc đó là 84 tuổi. Hỏi khi tuổi ông gấp 3 lần tuổi cháu thì tuổi cháu khi đó bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 30 tuổi.

Bài tập 9: 12 năm trước tuổi bố gấp 5 lần tuổi con. Tổng số tuổi của hai bố con cách đây 5 năm là 50 tuổi. Hỏi khi bố gấp 4 lần tuổi con thì tổng số tuổi của hai bố con là bao nhiêu?

Đáp số: 40 tuổi.

Loại 3. Cho biết tỉ số tuổi của hai người ở các thời điểm khác nhau

Ví dụ 1: Tuổi hiện nay của người anh là 10 tuổi. Năm mà tuổi người anh bằng tuổi hiện nay của người em thì lúc đó tuổi anh gấp 3 lần tuổi em. Hãy tính tuổi hiện nay của người em.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

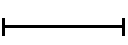
- Bài toán cho biết: Tuổi anh hiện nay là 10 tuổi. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì lúc đó tuổi anh gấp 3 lần tuổi em.

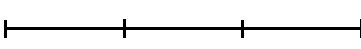
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi em hiện nay.

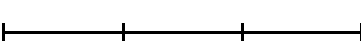
- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Vì hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian. Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị tuổi anh và tuổi em ở thời điểm hiện nay và trước đây. Nếu coi tuổi em trước đây có giá trị là 1 phần thì tuổi anh trước đây có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế. Hiệu số tuổi của hai anh em là:

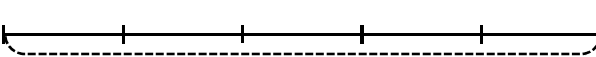
$3 \text{ phần} - 1 \text{ phần} = 2 \text{ phần}$ bằng nhau như thế. Tuổi em hiện nay bằng tuổi anh trước đây có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế. Vì hiệu số tuổi của hai anh em là không đổi theo thời gian nên tuổi anh hiện nay có giá trị là $3 \text{ phần} + 2 \text{ phần} = 5 \text{ phần}$ bằng nhau như thế, tương ứng với 10 tuổi.

Ta có sơ đồ:

Tuổi em trước đây: 

Tuổi anh trước đây: 

Tuổi em hiện nay: 

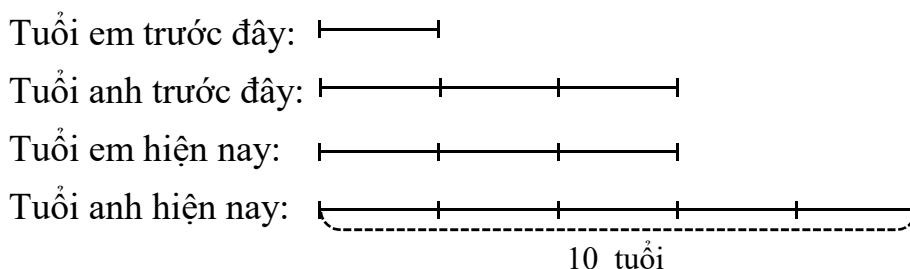
Tuổi anh hiện nay: 
10 tuổi

Từ sơ đồ ta tìm được tuổi em hiện nay là: $10 : 5 \times 3 = 6$ (tuổi).

Lời giải:

Vì hiệu số tuổi của hai anh em là không đổi theo thời gian.

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Tuổi em hiện nay là:

$$10 : 5 \times 3 = 6 \text{ (tuổi).}$$

Đáp số: 6 tuổi.

Ví dụ 2: Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị lớn hơn 3 lần tuổi em là 2 tuổi. Đến khi chị 34 tuổi thì tuổi em bằng tuổi chị hiện nay. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

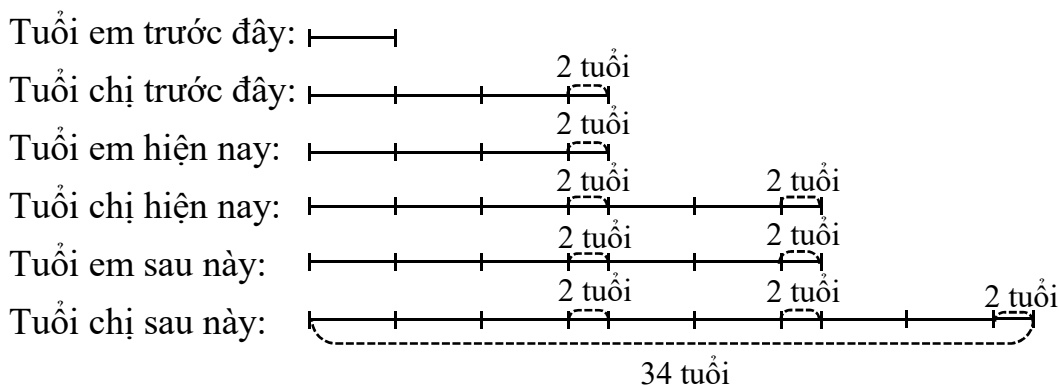
Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị lớn hơn 3 lần tuổi em là 2 tuổi. Đến khi chị 34 tuổi thì tuổi em bằng tuổi chị hiện nay.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Vì hiệu số tuổi của hai chị em là không đổi theo thời gian. Dựa vào dữ kiện đề bài, ta dùng sơ đồ đoạn thẳng để biểu diễn mối quan hệ giữa tuổi chị và tuổi em ở ba thời điểm: trước đây, hiện nay, say này.

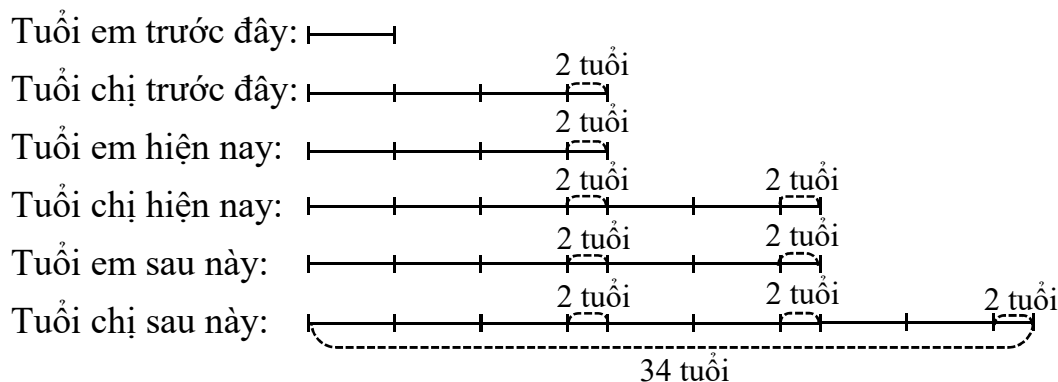
Ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ ta tính giá trị của 1 phần bằng nhau là $(34 - 2 \times 3) : 7 = 4$ (tuổi). Tuổi em hiện nay là $4 \times 3 + 2 = 14$ (tuổi). Tuổi chị hiện nay là $4 \times 5 + 2 \times 2 = 24$ (tuổi).

Lời giải:

Vì hiệu số tuổi của hai chị em không đổi theo thời gian. Theo bài ra ta có sơ đồ:



Giá trị của 1 phần bằng nhau là:

$$(34 - 2 \times 3) : 7 = 4 \text{ (tuổi).}$$

Tuổi em hiện nay là:

$$4 \times 3 + 2 = 14 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi chị hiện nay là:

$$4 \times 5 + 2 \times 2 = 24 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: chị 24 tuổi, em 14 tuổi.

Ví dụ 3: Tuổi bố năm nay gấp 2,2 lần tuổi con. 25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con. Hỏi khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con thì con bao nhiêu tuổi?

Phân tích bài toán:

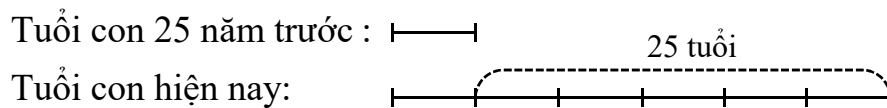
- Bài toán cho biết: Tuổi bố năm nay gấp 2,2 lần tuổi con. 25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi con khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Muốn tìm tuổi con khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con thì ta cần xác định được hiệu số tuổi của hai bố con hiện nay là bao nhiêu. Ta có hiện nay tuổi bố gấp 2,2 lần tuổi con. Nếu coi tuổi con hiện nay là 1 phần thì tuổi bố hiện nay là 2,2 phần. Hiệu số tuổi của hai bố con hiện nay là $2,2 - 1 = 1,2$ (phần). Suy ra hiệu số tuổi của hai bố con gấp 1,2 lần tuổi con hiện nay. 25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con. Nếu coi tuổi con 25 năm trước là 1 phần thì tuổi

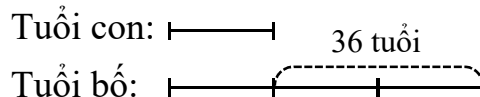
bố khi ấy là 8,2 phần. 25 năm về trước hiệu số tuổi của hai bố con là $8,2 - 1 = 7,2$ (phần). Suy ra 25 năm về trước hiệu số tuổi của hai bố con gấp 7,2 lần tuổi con 25 năm về trước. Vì hiệu số tuổi của hai người là không thay đổi theo thời gian nên 1,2 lần tuổi hiện nay bằng 7,2 lần tuổi con 25 năm về trước. Vậy tuổi con hiện nay gấp tuổi con 25 năm về trước số lần là $7,2 : 1,2 = 6$ (lần). Ta sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu thị mối quan hệ giữa tuổi con hiện nay và tuổi con 25 năm về trước. Nếu coi tuổi con 25 năm về trước có giá trị là 1 phần thì tuổi con hiện nay có giá trị là 6 phần bằng nhau như thế. Lại có, tuổi con hiện nay hơn tuổi con 25 năm về trước là 25 tuổi.

Ta có sơ đồ:



Từ sơ đồ ta tính được tuổi con hiện nay là $25 : (6 - 1) \times 6 = 30$ (tuổi). Tuổi bố hiện nay là $30 \times 2,2 = 66$ (tuổi). Hiệu số tuổi của hai bố con là $66 - 30 = 36$ (tuổi). Khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con thì bố vẫn hơn con 36 tuổi. Sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị mối quan hệ giữa tuổi bố và tuổi con khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con. Nếu coi tuổi con có giá trị là 1 phần thì tuổi bố có giá trị là 3 phần bằng nhau như thế.

Ta có sơ đồ khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con:



Từ sơ đồ ta tìm được tuổi con khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con là:
 $36 : (3 - 1) = 18$ (tuổi).

Lời giải:

Gọi tuổi con hiện nay là 1 phần thì tuổi bố hiện nay là 2,2 phần. Hiện nay tuổi bố hơn tuổi con là:

$$2,2 - 1 = 1,2 \text{ (lần tuổi con hiện nay)}$$

Gọi tuổi con trước đây 25 năm là 1 phần thì tuổi bố trước đây là 8,2 phần. 25 năm trước tuổi bố hơn tuổi con là:

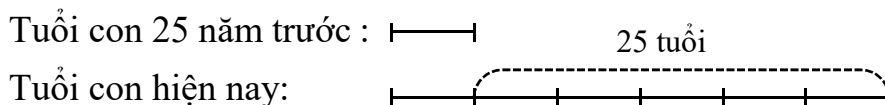
$$8,2 - 1 = 7,2 \text{ (lần tuổi con khi đó)}$$

Hiệu số tuổi hai người không đổi theo thời gian nên 1,2 lần tuổi con hiện nay bằng 7,2 lần tuổi con trước đây 25 năm.

Vậy tuổi con hiện nay gấp tuổi con 25 năm trước là :

$$7,2 : 1,2 = 6 \text{ (lần)}$$

Ta có sơ đồ:



Tuổi con hiện nay là:

$$25 : (6 - 1) \times 6 = 30 \text{ (tuổi)}$$

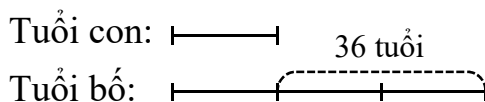
Tuổi bố hiện nay là:

$$30 \times 2,2 = 66 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của hai bố con là:

$$66 - 30 = 36 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi hai bố con không đổi theo thời gian. Ta có sơ đồ khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con:



Tuổi con khi tuổi bố gấp 3 lần tuổi con là:

$$36 : (3 - 1) = 18 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 18 tuổi.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Anh hơn em 8 tuổi. Khi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 3 lần tuổi em. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: em 12 tuổi, anh 20 tuổi.

Bài tập 2: Chị năm nay 28 tuổi. Trước đây khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị gấp 4 lần tuổi em. Tìm tuổi em hiện nay.

Đáp số: 16 tuổi.

Bài tập 3: Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị gấp 5 lần tuổi em . Đến khi chị 39 tuổi thì tuổi em bằng tuổi chị hiện nay. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: em 15 tuổi, chị 27 tuổi.

Bài tập 4: Tuổi hiện nay của người anh là 30 tuổi. Năm mà tuổi người anh bằng tuổi em hiện nay thì lúc đó tuổi anh gấp 2 lần tuổi em. Tính tuổi em hiện nay.

Đáp số: 20 tuổi.

Bài tập 5: Năm nay tuổi cha gấp 4 lần tuổi con. Sau 20 năm nữa tuổi cha gấp đôi tuổi con. Tính tuổi cha và tuổi con hiện nay.

Đáp số: con 10 tuổi, cha 40 tuổi.

Bài tập 6: Hiện nay tuổi anh gấp 3 lần tuổi em, 5 năm nữa thì tuổi anh gấp đôi tuổi em. Tính tuổi anh và tuổi em cách đây 2 năm.

Đáp số: em 3 tuổi, anh 13 tuổi.

Bài tập 7: Mười hai năm trước, tuổi bác An gấp 7 lần tuổi Minh. Hiện nay tuổi Bác An gấp 3 lần tuổi Minh. Tính tổng số tuổi của hai bác cháu ở thời điểm năm năm sau.

Đáp số: 82 tuổi.

Bài tập 8: Toán hỏi Hồng và Hà: “Năm nay cô chủ nhiệm lớp bạn bao nhiêu tuổi?”. Hà cười: “Sang năm tuổi cô sẽ gấp 3 lần tuổi mình!”. Hồng cũng cười vui vẻ: “Cách đây 5 năm, tuổi cô gấp 5 lần tuổi mình”. Nếu Hồng và Hà bằng tuổi nhau thì em có thể nói cho Toán biết tuổi của cô không?

Đáp số: 35 tuổi.

Bài tập 9: Tuổi con hiện nay bằng 0,4 lần tuổi mẹ. Cách đây 8 năm tuổi con bằng 0,25 lần tuổi mẹ. Tính tuổi mẹ và con hiện nay.

Đáp số: mẹ 40 tuổi, con 16 tuổi.

Bài tập 10: Cháu hỏi ông: “Ông ơi, năm nay ông bao nhiêu tuổi?” Ông trả lời: “Năm nay tuổi ông năm nay gấp 4,2 lần tuổi cháu. Mười năm trước, tuổi ông gấp 10,6 lần tuổi cháu. Tính tuổi mỗi người hiện nay .

Đáp số: cháu 15 tuổi, ông 63 tuổi.

2.3. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP THỬ CHỌN ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI

Ví dụ 1: Hai năm trước, tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 50. Năm nay 2 lần tuổi cô bằng 7 lần tuổi cháu. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hai năm trước, tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 50. Năm nay 2 lần tuổi cô bằng 7 lần tuổi cháu.
- Bài toán yêu cầu: Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó. Sử dụng phương pháp thử chọn để tìm tuổi cô và tuổi cháu hiện nay.

- Hai năm trước, tổng số tuổi của hai cô cháu bằng 50. Suy ra tổng số tuổi của cô và cháu hiện nay là: $50 + 2 \times 2 = 54$ (tuổi). Gọi tuổi cháu hiện nay là a , tuổi cô hiện nay là b . Theo bài ra ta có: $a + b = 54$ và $b \times 2 = a \times 7$ hay $b = a \times 3,5$. Mặt khác b là số tuổi nên b là số nguyên nên a có thể nhận một trong các giá trị là 2, 4, 6, 8, 10 hoặc 12. (Vì nếu a nhận các giá trị từ 14 trở lên thì $a + b = 61 > 54$). Lập bảng thử chọn các giá trị của a và b với các điều kiện $a + b = 54$ và $b = a \times 3,5$ ta tìm được kết quả $a = 12$ và $b = 42$ thoả mãn điều kiện. Vậy tuổi cháu hiện nay là 12 tuổi, tuổi cô hiện nay là 42 tuổi.

Lời giải:

Tổng số tuổi của cô và cháu hiện nay là:

$$50 + 2 \times 2 = 54 \text{ (tuổi)}$$

Gọi tuổi cháu hiện nay là a , tuổi cô hiện nay là b . ($2 < a < b < 54$)

Tổng số tuổi của cô và cháu hiện nay là 54 tuổi, ta có: $a + b = 54$.

Năm nay 2 lần tuổi cô bằng 7 lần tuổi cháu, ta có: $b \times 2 = a \times 7$ suy ra $b = a \times 3,5$. Mặt khác b là số tuổi nên b là số nguyên nên a có thể nhận một trong các giá trị là 2, 4, 6, 8, 10 hoặc 12. (Vì nếu a nhận các giá trị từ 14 trở lên thì $a + b = 61 > 54$)

Ta có bảng sau:

a	b	$a + b = 54$	Kết luận
2	7	$9 < 54$	Loại
4	14	$18 < 54$	Loại
6	21	$27 < 54$	Loại
8	28	$32 < 54$	Loại
10	35	$45 < 54$	Loại
12	42	$54 = 54$	Chọn

Vậy tuổi cháu hiện nay là 12 tuổi, tuổi cô hiện nay là 42 tuổi.

Đáp số: cháu 12 tuổi, cô 42 tuổi.

Ví dụ 2: Năm nay anh 17 tuổi và em 8 tuổi. Hỏi cách đây mấy năm thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay anh 17 tuổi và em 8 tuổi.
- Bài toán yêu cầu: Tính thời gian từ khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em cho đến nay.
- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Sử dụng phương pháp thử chọn để tìm tuổi anh, tuổi em khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.
- Gọi a là số tuổi của anh, b là tuổi em khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em ($a > b > 0$). Hiệu số tuổi của hai anh em hiện nay là $17 - 8 = 9$ (tuổi). Vì hiệu số tuổi của hai anh em không thay đổi theo thời gian nên khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em thì anh vẫn hơn em 9 tuổi. Ta có: $a - b = 9$. Khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em, ta có: $a = b \times 4$.
- Tuổi em năm nay 8 tuổi, b là tuổi em trước đây khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em nên $0 < b < 8$. Nên b có thể nhận một trong các giá trị là: 1, 2, 3, 4, 5, 6 hoặc 7. Lập bảng thử chọn các giá trị của a và b với hai điều $a = b \times 4$ và $a - b = 9$ ta tìm được kết quả $b = 3$ và $a = 12$ thỏa mãn điều kiện. Vậy khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em thì tuổi em là 3 tuổi và tuổi anh là 12 tuổi. Suy ra thời gian từ khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em cho đến nay là $8 - 3 = 5$ (năm).

Lời giải:

Hiệu số tuổi của hai anh em hiện nay là:

$$17 - 8 = 9 \text{ (tuổi)}$$

Gọi a là tuổi anh, b là tuổi em trước đây khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.
($a > b$)

Hiệu số tuổi của anh và em là không đổi theo thời gian nên $a - b = 9$ và $a > 9$.

Theo bài ra ta có: $a = b \times 4$.

Tuổi em năm nay 8 tuổi, b là tuổi em trước đây khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em nên $0 < b < 8$. Nên b có thể nhận một trong các giá trị là: 1, 2, 3, 4, 5, 6 hoặc 7.

Ta có bảng sau:

b	$a = b \times 4$	$a - b = 9$	Kết luận
1	4	$3 < 9$	Loại
2	8	$6 < 9$	Loại
3	12	$9 = 9$	Chọn
4	16	$14 > 9$	Loại
5	20	$15 > 9$	Loại
6	24	$18 > 9$	Loại
7	28	$21 > 9$	Loại

Vậy khi em 3 tuổi thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.

Thời gian từ khi tuổi anh gấp 4 lần tuổi em cho đến nay là:

$$8 - 3 = 5 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 5 năm.

Ví dụ 3: Cách đây 8 năm, tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của hai mẹ con lúc này bằng 32. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Cách đây 8 năm, tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của hai mẹ con lúc này bằng 32.

- Bài toán yêu cầu: Tìm thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Ta sử dụng phương pháp thử chọn để tìm tuổi mẹ và tuổi con cách đây 8 năm.

- Gọi a là tuổi mẹ, b là tuổi con cách đây 8 năm ($a > b > 0$). Theo bài ra ta có: $a = b \times 7$ và $a + b = 32$. Suy ra b có thể nhận một trong các giá trị là: 1, 2, 3, 4 hoặc 5. Vì nếu b nhận giá trị từ 5 trở lên thì $a + b = 35 > 32$. Lập bảng thử chọn các giá trị của a và b với các điều kiện: $a = b \times 7$ và $a + b = 32$ được kết quả $b = 4$ và $a = 28$ thỏa mãn điều kiện. Vậy tuổi con 8 năm trước là 4 tuổi, tuổi mẹ 8 năm trước là 28 tuổi. Tuổi con hiện nay là $4 + 8 = 12$ (tuổi). Hiệu số tuổi của mẹ và con 8 năm trước là $28 - 4 = 24$ (tuổi). Vì hiệu số tuổi của mẹ và con là không đổi theo thời gian nên khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con thì mẹ vẫn hơn con 24 tuổi. Lập bảng thử chọn tuổi mẹ và tuổi con khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con ta tìm được tuổi con khi đó là 24

tuổi và tuổi mẹ khi đó là 48 tuổi. Vậy thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con là $24 - 12 = 12$ (năm).

Lời giải:

Gọi a là tuổi mẹ, b là tuổi con cách đây 8 năm. ($a > b > 0$)

Theo bài ra ta có: $a = b \times 7$ và $a + b = 32$.

Ta có b có thể nhận một trong các giá trị là: 1, 2, 3, 4 hoặc 5. Vì nếu b nhận giá trị từ 5 trở lên thì $a + b = 35 > 32$.

Ta có bảng sau:

b	$a = b \times 7$	$a + b = 32$	Kết luận
1	7	$8 < 32$	Loại
2	14	$16 < 32$	Loại
3	21	$24 < 32$	Loại
4	28	$32 = 32$	Chọn
5	35	$35 > 32$	Loại

Vậy cách đây 8 năm, mẹ 28 tuổi và con 4 tuổi.

Hiệu số tuổi của mẹ và con là:

$$28 - 4 = 24 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con hiện nay là:

$$4 + 8 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Vì hiệu số tuổi của mẹ và con không đổi theo thời gian nên khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con thì mẹ vẫn hơn con 24 tuổi.

Ta có bảng khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con:

Tuổi con	Tuổi mẹ	Hiệu số tuổi mẹ và con	Kết luận
13	26	$13 < 24$	Loại
14	28	$14 < 24$	Loại
15	30	$15 < 24$	Loại
16	32	$16 < 24$	Loại
17	34	$17 < 24$	Loại
18	36	$18 < 24$	Loại
19	38	$19 < 24$	Loại
20	40	$20 < 24$	Loại

21	42	$21 < 24$	Loại
22	44	$22 < 24$	Loại
23	46	$23 < 24$	Loại
24	48	$24 = 24$	Chọn
25	50	$25 > 24$	Loại

Với tuổi con khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con là 25 thì hiệu số tuổi của hai người khi đó là $25 > 24$ nên ta không xét các trường hợp tuổi con khi đó là 26, 27, 28,...

Vậy khi con 24 tuổi, mẹ 48 tuổi thì tuổi mẹ gấp hai tuổi con.

Thời gian từ nay cho đến khi tuổi mẹ gấp hai lần tuổi con là:

$$24 - 12 = 12 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 12 năm.

Ví dụ 4: Năm nay tổng số tuổi của hai anh em bằng 22 tuổi. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tổng số tuổi của hai anh em hiện nay bằng 22 tuổi. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em.

- Bài toán yêu cầu: Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán: Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó. Ta sử dụng phương pháp thử chọn để tìm kết quả bài toán.

- Gọi a là tuổi anh, b là tuổi em hiện khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay ($a > b$). Gọi m là tuổi anh, n là tuổi em hiện nay ($m > n$). Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay, ta có: $n = a$. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em, ta có: $a = b \times 4$. Năm nay tổng số tuổi của hai anh em là 22, ta có: $m + n = 22$ hay $m = 22 - n$. Hiệu số tuổi của hai anh em là không đổi theo thời gian nên: $a - b = m - n$. Vì tổng số tuổi của hai anh em hiện nay là 22 nên tổng số tuổi anh và em khi anh bằng tuổi em hiện nay là $a + b < 22$ và $a = b \times 4$. Vậy $(a; b)$ có thể nhận một trong các cặp giá trị là: (4; 1), (8; 2), (12; 3) hoặc (16; 4). Lập bảng thử chọn ta tìm được kết quả $b = 2, a = 8$,

$n = 8$ và $m = 14$. Vậy tuổi anh hiện nay là 14 tuổi, tuổi em hiện nay là 8 tuổi.

Lời giải:

Gọi a là tuổi anh, b là tuổi em trước đây khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay ($a > b$).

Gọi m là tuổi anh, n là tuổi em hiện nay ($m > n$).

Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay, ta có: $n = a$.

Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 4 lần tuổi em, ta có: $a = b \times 4$.

Năm nay tổng số tuổi của hai anh em là 22, ta có: $m + n = 22$ hay $m = 22 - n$.

Hiệu số tuổi của hai anh em là không đổi theo thời gian nên:

$$a - b = m - n.$$

Vì tổng số tuổi của hai anh em hiện nay là 22 nên tổng số tuổi anh và em khi anh bằng tuổi em hiện nay $a + b < 22$ và $a = b \times 4$. Vậy $(a; b)$ có thể nhận một trong các cặp giá trị là: (4;1), (8; 2), (12; 3) hoặc (16; 4).

Ta có bảng sau:

b	a	n	m	$a - b = m - n$	Kết luận
1	4	4	18	$3 < 14$	Loại
2	8	8	14	$6 = 6$	Chọn
3	12	12	10		Loại (vì $m < n$)
4	16	16	6		Loại (vì $m < n$)

Vậy tuổi anh hiện nay là: 14 tuổi, tuổi em hiện nay là 8 tuổi.

Đáp số: anh 14 tuổi, em 8 tuổi.

Ví dụ 5: Bố nói với con: “10 năm trước đây tuổi bố gấp 10 lần tuổi con, 22 năm sau nữa thì tuổi bố sẽ gấp đôi tuổi con”. Hãy tính tuổi bố và tuổi con hiện nay.

Hướng dẫn giải:**Phân tích bài toán:**

- Bài toán cho biết: 10 năm trước tuổi bố gấp 10 lần tuổi con, 22 năm sau nữa thì tuổi bố gấp đôi tuổi con.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi bố và tuổi con hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Ta sử dụng phương pháp thử chọn để giải bài toán. Vì 10 năm trước tuổi bố gấp 10 lần tuổi con nên lúc đó tuổi bố là một số tròn chục. Tuổi bố 10 năm trước có thể nhận một trong các giá trị là 20, 30, 40, 50... Ta lập bảng thử chọn các giá trị của tuổi bố và con ở thời điểm 10 năm trước đây và 22 năm nữa với các điều kiện: Mười năm trước tuổi bố 10 năm trước tuổi bố gấp 10 lần tuổi con và 22 năm sau nữa tuổi bố gấp 2 lần tuổi con với hiệu số tuổi của hai người là không đổi theo thời gian. Ta được kết quả 10 năm trước tuổi bố là 40 tuổi, tuổi con là 10 tuổi. Vậy Tuổi con hiện nay là: $4 + 10 = 14$ (tuổi). Tuổi bố hiện nay là:

$$40 + 10 = 54 \text{ (tuổi).}$$

Lời giải:

Khoảng thời gian tính từ 10 năm trước đến 22 năm sau là:

$$10 + 22 = 32 \text{ (năm)}$$

Vì 10 năm trước tuổi bố gấp 10 lần tuổi con nên lúc đó tuổi bố là một số tròn chục.

Ta có bảng sau:

10 năm trước đây		22 năm sau nữa			Kết luận
Tuổi bố	Tuổi con	Tuổi bố	Tuổi con	Tuổi bố = Tuổi con $\times$ 2	
20	2	52	34	$52 < 34 \times 2$	Loại
30	3	62	35	$62 < 35 \times 2$	Loại
40	4	72	36	$72 = 36 \times 2$	Chọn
50	5	82	37	$82 > 37 \times 2$	Loại

Với tuổi bố ở 10 năm trước từ nhận giá trị từ 50 trở lên thì 22 năm sau nữa tuổi bố lớn hơn 2 lần tuổi con nên ta không xét tiếp các trường hợp tuổi bố ở 10 năm trước nhận giá trị là 51; 52; 53;...

Vậy 10 năm trước bố 40 tuổi, con 4 tuổi.

Tuổi con hiện nay là:

$$4 + 10 = 14 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi bố hiện nay là:

$$40 + 10 = 54 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: con 14 tuổi, bố 54 tuổi.

Ví dụ 6: Tuổi bố năm nay gấp 2,2 lần tuổi con. 25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tuổi bố năm nay gấp 2,2 lần tuổi con. 25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi mỗi người hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó. Ta sử dụng phương pháp thử chọn để giải bài toán. Vì tuổi bố năm nay gấp 2,2 lần tuổi con nên để tuổi bố là số tự nhiên thì tuổi con hiện nay là một số có tận cùng là 0 hoặc 5. Mặt khác, 25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con, suy ra tuổi con hiện nay lớn hơn 25. Vậy tuổi con hiện nay nhận một trong các giá trị là: 30, 35, 40,... Ta lập bảng thử chọn các giá trị của tuổi bố và con ở thời điểm hiện nay và 25 năm về trước với các điều kiện: Hiện nay tuổi bố gấp 2,2 lần tuổi con và 25 về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con với hiệu số tuổi của hai người là không đổi theo thời gian. Ta được kết quả bài toán: tuổi bố hiện nay là 66 tuổi, tuổi con hiện nay là 30 tuổi.

Lời giải:

Vì tuổi bố năm nay gấp 2,2 lần tuổi con nên để tuổi bố là số tự nhiên thì tuổi con hiện nay là một số có tận cùng là 0 hoặc 5.

25 năm về trước tuổi bố gấp 8,2 lần tuổi con, suy ra tuổi con hiện nay lớn hơn 25.

Vậy tuổi con hiện nay nhận một trong các giá trị là: 30, 35, 40,...

Ta có bảng sau:

Hiện nay		25 năm trước			Kết luận
Tuổi con	Tuổi bố	Tuổi con	Tuổi bố	Tuổi bố = Tuổi con $\times$ 8,2	
30	66	5	41	$41 = 5 \times 8,2$	Chọn
35	77	10	52	$52 < 10 \times 8,2$	Loại
40	88	15	63	$63 < 15 \times 8,2$	Loại

Với tuổi con hiện nay từ 40 trở lên thì 25 năm về trước tuổi bố lớn hơn 8,2 lần tuổi con nên ta không xét tiếp các trường hợp tuổi con hiện nay là: 45; 50...

Vậy hiện nay tuổi con là 30 tuổi, tuổi bố là 66 tuổi.

Đáp số: con 30 tuổi, bố 66 tuổi.

Ví dụ 7: Hà hỏi anh Việt: “Năm nay anh bao nhiêu tuổi?”. Anh Việt trả lời: “Nếu sang năm lấy tuổi anh nhân với 6 sẽ được một số có 3 chữ số. Trong đó chữ số hàng trăm là 1, còn chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị chính là chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của tuổi anh khi đó”. Hãy tính tuổi anh Việt giúp bạn Hà.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Nếu sang năm lấy tuổi anh nhân với 6 sẽ được một số có 3 chữ số. Trong đó chữ số hàng trăm là 1, còn chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị chính là chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của tuổi anh khi đó.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi anh Việt hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số. Ta sử dụng phương pháp thử chọn để tìm tuổi anh Việt hiện nay.

- Tuổi anh Việt sang năm nhân với 6 sẽ được một số có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1 còn chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị chính là chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của tuổi anh khi đó. Suy ra tuổi anh Việt khi đó là một số có hai chữ số lớn hơn 16 và nhỏ hơn 34 (vì $16 \times 6 = 96$ và $34 \times 6 = 204$). Gọi $\overline{ab}$ là tuổi anh Việt ở thời điểm sang năm. Ta có: $\overline{ab} \times 6 = 100 + \overline{ab}$. Lập bảng thử chọn với các giá trị của $\overline{ab}$ ta tìm được $\overline{ab} = 20$ thoả mãn điều kiện. Vậy tuổi anh Việt sang năm là 20 tuổi. Tuổi anh Việt hiện nay là $20 - 1 = 19$ (tuổi).

Lời giải:

Sang năm lấy tuổi anh Việt nhân với 6 sẽ được một số có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1. Suy ra tuổi anh Việt khi đó là một số có hai chữ số lớn hơn 16 và nhỏ hơn 34 (vì $16 \times 6 = 96$ và $34 \times 6 = 204$).

Gọi $\overline{ab}$ là tuổi Việt ở thời điểm sang năm. ($16 < \overline{ab} < 34$).

Theo bài ra ta có: $\overline{ab} \times 6 = 100 + \overline{ab}$.

Ta có bảng sau:

$\overline{ab}$	$\overline{ab} \times 6 = 100 + \overline{ab}$	Kết luận
17	$102 < 117$	Loại
18	$108 < 118$	Loại

19	$114 < 119$	Loại
20	$120 = 120$	Chọn
21	$126 > 121$	Loại
22	$132 > 122$	Loại

Với $\overline{ab} = 22$ thì $\overline{ab} \times 6 > 100 + \overline{ab}$ nên ta không xét tiếp các trường hợp $\overline{ab}$ nhận các giá trị là: 24; 25; 26;...33.

Vậy tuổi của anh Việt sang năm là 20.

Tuổi anh Việt hiện nay là:

$$20 - 1 = 19 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 19 tuổi.

Ví dụ 8: Cháu hỏi ông: “Ông ơi, năm nay ông bao nhiêu tuổi rồi ạ?”. Ông trả lời: “Tuổi ông năm nay là một số chẵn có hai chữ số, nếu viết các chữ số của tuổi ông theo thứ tự ngược lại sẽ được tuổi bố cháu, nếu cộng các chữ số chỉ tuổi bố cháu thì được tuổi của cháu. Cộng cả tuổi ông, tuổi cháu và tuổi bố cháu thì được 144 năm”. Hỏi ông năm nay bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tuổi ông là một số chẵn có hai chữ số. Viết các chữ số của tuổi ông theo thứ tự ngược lại sẽ được tuổi bố. Cộng các chữ số chỉ tuổi bố thì được tuổi cháu. Cộng cả tuổi ông, tuổi cháu và tuổi bố cháu thì được 144 năm.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi ông hiện nay.
- Bài toán thuộc dạng toán tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số. Ta sử dụng phương pháp thử chọn để tìm tuổi ông hiện nay.
- Tuổi ông năm nay là một số chẵn có hai chữ số gọi là $\overline{ab}$. Ta có ($0 < a < 9$ và $b < 9$). Vì Tuổi ông năm nay là một số chẵn nên b có thể nhận một trong các giá trị là: 0; 2; 4; 6 hoặc 8. Viết các chữ số của tuổi ông theo thứ tự ngược lại sẽ được tuổi bố là $\overline{ba}$. Suy ra: $b > 0$ và $a > b$ nên b có thể nhận một trong các giá trị là: 2; 4; 6 hoặc 8. Nếu cộng các chữ số chỉ tuổi bố thì được tuổi của cháu, ta có tuổi cháu là: $a + b$. Cộng cả tuổi ông, tuổi cháu và tuổi bố cháu thì được 144 năm, ta có: $\overline{ab} + \overline{ba} + a + b = 144$. Giải phương trình ta được

$a = 12 - b$. Lập bảng thử chọn các giá trị của a và b ta được $a = 8$ và $b = 4$ thoả mãn điều kiện. Vậy tuổi ông hiện nay là 84 tuổi.

Lời giải:

Tuổi ông năm nay là một số chẵn có hai chữ số gọi là $\overline{ab}$. ($0 < a < 9$ và $b < 9$).

Vì Tuổi ông năm nay là một số chẵn nên b có thể nhận một trong các giá trị là: 0; 2; 4; 6 hoặc 8.

Nếu viết các chữ số của tuổi ông theo thứ tự ngược lại sẽ được tuổi bố là $\overline{ba}$. Suy ra: $b > 0$ và $a > b$ nên b có thể nhận một trong các giá trị là: 2; 4; 6 hoặc 8.

Nếu cộng các chữ số chỉ tuổi bố thì được tuổi của cháu, ta có tuổi cháu là: $a + b$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned}\overline{ab} + \overline{ba} + a + b &= 144 \\ a \times 10 + b + b \times 10 + a + a + b &= 144 \\ a \times 12 + b \times 12 &= 144 \\ (a + b) \times 12 &= 144 \\ a + b &= 144 : 12 \\ a + b &= 12 \\ a &= 12 - b\end{aligned}$$

Ta có bảng sau:

b	a	$a > b$	Kết luận
2	10	$10 > 2$	Loại (vì $a < 9$)
4	8	$8 > 4$	Chọn
6	6	$6 = 6$	Loại
8	4	$4 < 8$	Loại

Vậy tuổi ông năm nay là 84 tuổi.

Đáp số: 84 tuổi.

Ví dụ 9: Tổng số tuổi của bố, mẹ và hai con là 87 tuổi. Bố hơn mẹ 3 tuổi. Người con thứ nhất gấp đôi số tuổi người con thứ hai. Số tuổi người con thứ hai nhân với chính số đó thì bằng số tuổi của bố. Hãy tính số tuổi của mỗi người trong gia đình này.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tổng số tuổi của bố, mẹ và hai con là 87 tuổi. Bố hơn mẹ 3 tuổi. Người con thứ nhất gấp đôi số tuổi người con thứ hai. Số tuổi người con thứ hai nhân với chính số đó thì bằng số tuổi của bố.

- Bài toán yêu cầu: tính số tuổi của mỗi người trong gia đình này.

- Ta sử dụng phương pháp thử chọn để giải bài toán. Gọi a, b, c, d lần lượt là tuổi bố, mẹ, con thứ nhất, con thứ hai ($0 < d < c < b < a$). Tổng số tuổi của bố, mẹ và hai con là 87 tuổi, ta có: $a + b + c + d = 87$. Bố hơn mẹ 3 tuổi, ta có: $b = a - 3$. Người con thứ nhất gấp đôi số tuổi người con thứ hai, ta có: $c = d \times 2$. Số tuổi người con thứ hai nhân với chính số đó thì bằng số tuổi của bố, ta có: $a = d \times d$. Vì tuổi bố là tích của hai số tự nhiên giống nhau nên số đó chỉ có thể là một trong các số: 25; 36; 49; 64;... Lập bảng thử chọn các giá trị của a, b, c và d với các điều kiện trên ta tìm được $a = 36, b = 33, c = 12, d = 6$ thỏa mãn điều kiện. Vậy tuổi của các thành viên trong gia đình là: bố 36 tuổi, mẹ 33 tuổi, con thứ nhất 12 tuổi, con thứ hai 6 tuổi.

Lời giải:

Gọi a, b, c, d lần lượt là tuổi bố, mẹ, con thứ nhất, con thứ hai.
($0 < d < c < b < a$).

Tổng số tuổi của bố, mẹ và hai con là 87 tuổi, ta có:
 $a + b + c + d = 87$.

Bố hơn mẹ 3 tuổi, ta có: $b = a - 3$.

Người con thứ nhất gấp đôi số tuổi người con thứ hai, ta có: $c = d \times 2$.

Số tuổi người con thứ hai nhân với chính số đó thì bằng số tuổi của bố, ta có:
 $a = d \times d$.

Vì tuổi bố là tích của hai số tự nhiên giống nhau nên a nhận một trong các giá trị là: 25, 36, 49, 64,...

Ta có bảng sau:

a	b	d	c	$a + b + c + d = 87$	Kết luận
25	22	5	10	$62 < 87$	Loại
36	33	6	12	$87 = 87$	Chọn
49	46	7	14	$116 > 87$	Loại

Với tuổi bố là 49 thì tổng số tuổi của 4 người là $116 > 87$ nên ta không xét tiếp các trường hợp tuổi bố là 64, 81,...

Vậy tuổi của các thành viên trong gia đình là: bố 36 tuổi, mẹ 33 tuổi, con thứ nhất 12 tuổi, con thứ hai 6 tuổi.

Đáp số: bố 36 tuổi, mẹ 33 tuổi, con thứ nhất 12 tuổi, con thứ hai 6 tuổi.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Năm nay mẹ hơn con 28 tuổi. Tìm tuổi mẹ, tuổi con khi tuổi mẹ gấp 5 lần tuổi con.

Đáp số: con 7 tuổi, mẹ 35 tuổi.

Bài tập 2: Hiện nay con 5 tuổi và tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con.

Đáp số: 5 năm.

Bài tập 3: Năm nay con 4 tuổi và kém cha 30 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì 2 lần tuổi cha gấp 4 lần tuổi con.

Đáp số: 6 năm.

Bài tập 4: Anh năm nay 27 tuổi. Trước đây, khi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 2 lần tuổi em. Tính tuổi em hiện nay.

Đáp số: 18 tuổi.

Bài tập 5: Tổng số tuổi của hai chị em hiện nay là 32 tuổi. Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị gấp 3 lần tuổi em. Tìm tuổi mỗi người cách đây 5 năm.

Đáp số: em 7 tuổi, chị 15 tuổi.

Bài tập 6: Anh hơn em 6 tuổi. Đến khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi anh gấp 3 lần tuổi em. Tìm tuổi của em người hiện nay.

Đáp số: 9 tuổi.

Bài tập 7: Năm nay tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Mười hai năm trước tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con. Tìm tuổi mỗi người hiện nay.

Đáp số: con 18 tuổi, mẹ 54 tuổi.

Bài tập 8: Mười hai năm trước tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Năm nay tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con. Tìm hiệu số tuổi của hai mẹ con.

Đáp số: 24 tuổi.

Bài tập 9: Mai hỏi An: “Năm nay anh bao nhiêu tuổi?”. Anh An trả lời: “Nếu sang năm lấy tuổi anh nhân với 9 sẽ được một số có 3 chữ số. Trong đó chữ số hàng trăm là 2, còn chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị chính là chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của tuổi anh khi đó”. Hãy tính tuổi anh An giúp bạn Mai.

Đáp số: 25 tuổi.

Bài tập 10: Cháu hỏi bà: “Bà ơi năm nay bà bao nhiêu tuổi ạ?”. Bà trả lời: “Năm nay, tuổi bà gấp 4,2 lần tuổi cháu. 10 năm trước tuổi bà gấp 10,6 lần tuổi cháu. Bà ước gì sống đến 100 tuổi để thấy cháu bà thành đạt!”. Em hãy tính tuổi bà và cháu hiện nay.

Đáp số: cháu 15 tuổi, bà 63 tuổi.

2.4. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÍNH TUỔI

Ví dụ 1: Minh hỏi mẹ bao nhiêu tuổi. Mẹ cười và trả lời: “Nếu đem tuổi mẹ cộng thêm tuổi mẹ, cộng thêm một nửa tuổi mẹ, cộng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ, rồi cộng 1 tuổi nữa thì vừa đúng một thế kỷ.” Em hãy giúp Minh tính tuổi mẹ?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: đem tuổi mẹ cộng thêm tuổi mẹ, cộng thêm một nửa tuổi mẹ, cộng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ, rồi cộng 1 tuổi nữa thì vừa đúng một thế kỷ.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi của mẹ.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi liên quan đến phân số và tỉ số.

Ta sử dụng phương pháp đại số giải bài toán.

- Gọi a là tuổi mẹ ($a > 0$).

- Theo bài ra ta có: $a + a + a \times \frac{1}{2} + a \times \frac{1}{4} + 1 = 100$. Giải phương trình ta được $a = 36$. Vậy tuổi mẹ là 36 tuổi.

Lời giải:

1 thế kỷ = 100 năm.

Gọi tuổi mẹ là a . ($a > 0$)

Theo bài ra ta có:

$$a + a + a \times \frac{1}{2} + a \times \frac{1}{4} + 1 = 100$$

$$a \times \left(1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 99$$

$$a \times \frac{11}{4} = 99$$

$$a = 36$$

Vậy tuổi mẹ là 36 tuổi.

Đáp số: 36 tuổi.

Ví dụ 2: Tuổi con hiện nay bằng $\frac{1}{2}$ hiệu số tuổi của 2 bố con. Bốn năm trước, tuổi con bằng $\frac{1}{3}$ hiệu số tuổi của 2 bố con. Tính tuổi bố, tuổi con khi tuổi con bằng $\frac{1}{4}$ hiệu số tuổi của 2 bố con.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tuổi con hiện nay bằng $\frac{1}{2}$ hiệu số tuổi của 2 bố con. Bốn năm trước, tuổi con bằng $\frac{1}{3}$ hiệu số tuổi của 2 bố con.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi bố, tuổi con khi tuổi con bằng $\frac{1}{4}$ hiệu số tuổi của hai bố con.
- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi liên quan đến phân số và tỉ số. Ta sử dụng phương pháp đại số để giải bài toán.
- Gọi tuổi bố hiện nay là a , tuổi con hiện nay là b ($a > b > 4$).

Lời giải:

Gọi tuổi bố hiện nay là a , tuổi con hiện nay là b . ($a > b > 4$)

Hiệu số tuổi của bố và con không thay đổi theo thời gian là: $a - b$

Tuổi con hiện nay là: $b = (a - b) \times \frac{1}{2}$

Tuổi con bốn năm trước là: $b - 4 = (a - b) \times \frac{1}{3}$

Ta có:

$$(a - b) \times \frac{1}{2} - (a - b) \times \frac{1}{3} = 4$$

$$(a - b) \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 4$$

$$(a - b) \times \frac{1}{6} = 4$$

$$a - b = 24$$

Vậy hiệu số tuổi của 2 bố con là 24.

Khi tuổi con bằng $\frac{1}{4}$ hiệu số tuổi của 2 bố con, tuổi con là:

$$24 \times \frac{1}{4} = 6 \text{ (tuổi)}$$

Khi tuổi con bằng $\frac{1}{4}$ hiệu số tuổi của 2 bố con, tuổi bố là:

$$6 + 24 = 30 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: con 6 tuổi, bố 30 tuổi.

Ví dụ 3: Nếu gấp đôi số tuổi người anh rồi cộng với tổng số tuổi của hai anh em thì bằng 52 tuổi. Tính tuổi mỗi người, biết rằng hiệu số tuổi của hai anh em lớn hơn tuổi người em là 1 tuổi.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Nếu gấp đôi số tuổi người anh rồi cộng với tổng số tuổi của hai anh em thì bằng 52 tuổi. Hiệu số tuổi của hai anh em lớn tuổi người em là 1 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi mỗi người.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi khi biết tổng và hiệu số tuổi của hai người. Sử dụng phương pháp đại số để giải bài toán.

- Gọi tuổi anh là a , tuổi em là b . ($a > b > 0$)

Lời giải:

Gọi tuổi anh là a , tuổi em là b ($a > b > 0$)

Hiệu số tuổi của hai anh em lớn hơn tuổi người em là 1 tuổi. Ta có:

$$(a - b) - b = 1. \text{ Suy ra: } a = b \times 2 + 1 (*)$$

Gấp đôi số tuổi người anh rồi cộng với tổng số tuổi của hai anh em thì bằng 52 tuổi. Ta có: $a \times 2 + (a + b) = 52$ hay $a \times 3 + b = 52 (**)$

Thay (*) vào (**) ta được:

$$a \times 3 + b = 52$$

$$(b \times 2 + 1) \times 3 + b = 52$$

$$b \times 7 + 3 = 52$$

$$b \times 7 = 52 - 3$$

$$b \times 7 = 49$$

$$b = 49 : 7$$

$$b = 7$$

Vậy tuổi em là 7 tuổi.

Tuổi anh là:

$$7 \times 2 + 1 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 7 tuổi, anh 15 tuổi.

Ví dụ 4: Cách đây 8 năm tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của 2 mẹ con lúc đó là 32 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Cách đây 8 năm tuổi mẹ gấp 7 lần tuổi con và tổng số tuổi của 2 mẹ con lúc đó là 32 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tìm khoảng thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con.

- Bài toán thuộc dạng bài toán cho biết hiệu và tỉ số tuổi của hai người. Ta sử dụng phương pháp đại số để giải bài toán.

- Để tìm khoảng thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con. Ta cần xác định được hiệu số tuổi của hai mẹ con là bao nhiêu. Gọi tuổi con cách đây 8 năm là a thì tuổi mẹ là $a \times 7$. Theo bài ra ta có: $a + a \times 7 = 32$. Giải phương trình ta được kết quả là: $a = 4$. Vậy tuổi con cách đây 8 năm là 4 tuổi. Khi đó ta tìm được hiệu số tuổi của mẹ và con cách đây 8 năm là $4 \times (7 - 1) = 24$ (tuổi). Mà hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian nên khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con thì mẹ vẫn hơn con 24 tuổi. Gọi tuổi con sau này khi tuổi mẹ gấp đôi tuổi con là n thì tuổi mẹ là $n \times 2$. Ta có: $n \times 2 - n = 24$. Suy ra $n = 24$. Vậy khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con, tuổi con là 24 tuổi. Vậy thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con là: $24 - (4 + 8) = 12$ (tuổi).

Lời giải:

Gọi tuổi con cách đây 8 năm là a thì tuổi mẹ là $a \times 7$.

Theo bài ra ta có:

$$a + a \times 7 = 32$$

$$a \times 8 = 32$$

$$a = 4$$

Vậy tuổi con cách đây 8 năm là 4 tuổi.

Hiệu số tuổi của hai mẹ con là:

$$4 \times (7 - 1) = 24 \text{ (tuổi)}$$

Gọi tuổi con sau này khi tuổi mẹ gấp đôi tuổi con là n thì tuổi mẹ là:

$$n \times 2.$$

Vì hiệu số tuổi của tuổi mẹ và tuổi con là không đổi, ta có:

$$n \times 2 - n = 24$$

$$n = 24$$

Vậy khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con, tuổi con là 24 tuổi.

Thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con là:

$$24 - (4 + 8) = 12 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 12 tuổi.

Ví dụ 5: Tuổi người em hiện nay gấp 4 lần tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Đến khi tuổi em bằng tuổi anh hiện nay thì tuổi anh và tuổi em cộng lại bằng 85. Hãy tính tuổi anh, tuổi em hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Tuổi người em hiện nay gấp 4 lần tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Đến khi tuổi em bằng tuổi anh hiện nay thì tuổi anh và tuổi em cộng lại bằng 85.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi anh, tuổi em hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ của hai số đó. Ta sử dụng phương pháp đại số để giải bài toán.

- Gọi tuổi em trước đây khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay là a .

Lời giải:

Gọi tuổi em trước đây khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay là: a .

Tuổi người em hiện nay gấp 4 lần tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay, ta có tuổi em hiện nay là: $a \times 4$.

Tuổi anh trước đây bằng tuổi em hiện nay, ta có tuổi anh trước đây là: $a \times 4$.

Hiệu số tuổi của anh và em hiện nay là: $a \times 4 - a = a \times 3$.

Vì hiệu số tuổi của anh và em là không đổi theo thời gian nên tuổi anh luôn hơn em là $a \times 3$.

Tuổi anh hiện nay là: $a \times 4 + a \times 3 = a \times 7$.

Khi tuổi em sau này bằng tuổi anh hiện nay, tuổi em sau này là: $a \times 7$.

Tuổi anh sau này là: $a \times 7 + a \times 3 = a \times 10$.

Khi tuổi em bằng tuổi anh hiện nay thì tuổi anh và tuổi em cộng lại bằng 85. Ta có:

$$a \times 7 + a \times 10 = 85$$

$$a \times 17 = 85$$

$$a = 85 : 17$$

$$a = 5.$$

Vậy tuổi em trước đây là 5 tuổi.

Tuổi em hiện nay là:

$$5 \times 4 = 20 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi anh hiện nay là:

$$5 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 20 tuổi, anh 35 tuổi.

Ví dụ 6: Hiện nay tuổi chú gấp 2,2 lần tuổi cháu. Hai mươi lăm năm về trước tuổi chú gấp 8,2 lần tuổi cháu. Hỏi khi tuổi chú gấp 3 lần tuổi cháu thì cháu bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hiện nay tuổi chú gấp 2,2 lần tuổi cháu. Hai mươi lăm năm về trước tuổi chú gấp 8,2 lần tuổi cháu.
- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi cháu khi tuổi chú gấp 3 lần tuổi cháu.
- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi khi biết tỉ số của hai người ở các thời điểm khác nhau.
- Gọi tuổi cháu hiện nay là a .

Lời giải:

Gọi tuổi cháu hiện nay là a thì tuổi chú hiện nay là $a \times 2,2$.

25 năm trước tuổi cháu là $a - 25$ thì tuổi chú là $a \times 2,2 - 25$.

Hai mươi lăm năm về trước tuổi chú gấp 8,2 lần tuổi cháu, ta có:

$$(a - 25) \times 8,2 = a \times 2,2 - 25$$

$$a \times 8,2 - 205 = a \times 2,2 - 25$$

$$a \times (8,2 - 2,2) = 205 - 25$$

$$a \times 6 = 180$$

$$a = 180 : 6$$

$$a = 30$$

Vậy tuổi cháu hiện nay là 30 tuổi.

Tuổi chú hiện nay là:

$$30 \times 2,2 = 66 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của 2 chú cháu là:

$$66 - 30 = 36 \text{ (tuổi)}$$

Gọi tuổi cháu khi tuổi chú gấp 3 lần tuổi cháu là n thì tuổi chú là $n \times 3$.

Vì hiệu số tuổi không thay đổi theo thời gian, ta có:

$$n \times 3 - n = 36$$

$$n \times 2 = 36$$

$$n = 36 : 2$$

$$n = 18$$

Vậy khi tuổi chú gấp 3 lần tuổi cháu, tuổi cháu là 18 tuổi.

Đáp số: cháu 18 tuổi.

Ví dụ 7: Hiện nay tuổi anh gấp 1,5 lần tuổi em và tuổi mẹ gấp đôi tổng số tuổi của hai anh em. Sau 5 năm tuổi mẹ gấp 1,5 lần tổng số tuổi của hai anh em. Tính mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Hiện nay tuổi anh gấp 1,5 lần tuổi em và tuổi mẹ gấp đôi tổng số tuổi của hai anh em. Sau 5 năm tuổi mẹ gấp 1,5 lần tổng số tuổi của hai anh em.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi em hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi liên quan đến số thập phân. Ta sử dụng sơ phương pháp đại số để giải bài toán.

- Gọi tuổi em hiện nay là a ($a > 0$). Tuổi anh hiện nay là $a \times 1,5$. Tuổi mẹ hiện nay là $(a + a \times 1,5) \times 2 = a \times 5$. Tuổi em 5 năm sau là $a + 5$. Tuổi anh 5 năm sau là $a \times 1,5 + 5$. Tuổi mẹ 5 năm sau là $a \times 5 + 5$. Lại có tuổi mẹ 5 năm sau gấp 1,5 lần tổng số tuổi của anh và em khi đó, ta có:

$a \times 5 + 5 = (a + 5 + a \times 1,5 + 5) \times 1,5$. Giải phương trình ta được kết quả $a = 8$. Vậy tuổi em hiện nay là 8 tuổi. Tuổi mẹ hiện nay là $8 \times 5 = 40$ (tuổi).

Tuổi anh hiện nay là $8 \times 1,5 = 12$ (tuổi).

Lời giải:

Gọi tuổi em hiện nay là a ($a > 0$).

Ta có tuổi anh hiện nay là $a \times 1,5$.

Tuổi mẹ hiện nay tuổi mẹ gấp đôi tổng số tuổi của hai anh em. Ta có tuổi mẹ hiện nay là $(a + a \times 1,5) \times 2 = a \times 5$.

Tuổi em 5 năm sau là $a + 5$.

Tuổi anh 5 năm sau là $a \times 1,5 + 5$.

Tuổi mẹ 5 năm sau là $a \times 5 + 5$.

Tuổi mẹ 5 năm sau gấp 1,5 lần tổng số tuổi của anh và em khi đó. Ta có:

$$a \times 5 + 5 = (a + 5 + a \times 1,5 + 5) \times 1,5$$

$$a \times 5 + 5 = (a \times 2,5 + 10) \times 1,5$$

$$a \times 1,25 = 10$$

$$a = 10 : 1,25$$

$$a = 8$$

Vậy tuổi em hiện nay là 8 tuổi.

Tuổi mẹ hiện nay là:

$$8 \times 5 = 40 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi anh hiện nay là:

$$8 \times 1,5 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: em 8 tuổi, anh 12 tuổi, mẹ 40 tuổi.

Ví dụ 8: Tí hỏi anh Ba: “Năm nay anh bao nhiêu tuổi?”. Anh Ba nói: “Lấy số tuổi anh nhân với 6 thì được một số có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1 còn hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị là số tuổi của anh”. Các em hãy cùng bạn Tí tính xem anh Ba bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Lấy số tuổi anh Ba nhân với 6 thì được một số có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1 còn hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị là số tuổi của anh.

- Bài toán yêu cầu: Tính số tuổi của anh Ba.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số.

- Lấy số tuổi anh nhân với 6 thì được một số có 3 chữ số nên số tuổi của anh Ba là số có hai chữ số. Gọi $\overline{ab}$ là số tuổi của anh Ba ($a \neq 0$ và

$a, b < 10$). Theo bài ra ta có: $\overline{ab} \times 6 = \overline{1ab}$. Ta tìm được $\overline{ab} = 20$. Vậy số tuổi của anh Ba là 20 tuổi.

Lời giải:

Lấy số tuổi anh nhân với 6 thì được một số có 3 chữ số trong đó chữ số hàng trăm là 1. Nên số tuổi của anh Ba là một số có hai chữ số.

Gọi $\overline{ab}$ là số tuổi của anh Ba ($a \neq 0$ và $a, b < 10$)

Theo bài ra ta có:

$$\overline{ab} \times 6 = \overline{1ab}$$

$$\overline{ab} \times 6 = 100 + \overline{ab}$$

$$\overline{ab} \times 5 = 100$$

$$\overline{ab} = 100 : 5$$

$$\overline{ab} = 20$$

Vậy số tuổi của anh Ba là 20 tuổi.

Đáp số: 20 tuổi.

Ví dụ 9: Một cầu thủ sinh năm $\overline{19ab}$. Tính đến năm 2025 cầu thủ đó có số tuổi bằng tổng các chữ số của năm sinh. Hỏi năm 2030 cầu thủ đó bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Một cầu thủ sinh năm $\overline{19ab}$. Tính đến năm 2025 cầu thủ đó có số tuổi bằng tổng các chữ số của năm sinh.

- Bài toán yêu cầu: Tính tuổi cầu thủ hiện nay.

- Bài toán thuộc dạng bài toán tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số.

- Gọi năm sinh của cầu thủ là: $\overline{19ab}$ ($a, b < 10$). Theo bài ra ta có:

$$2025 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b. \text{ Giải phương trình ta được } a = 9 \text{ và } b = 8.$$

Vậy năm sinh của cầu thủ là 1998. Đến năm 2030 tuổi của cầu thủ là:

$$2030 - 1998 = 32 \text{ (tuổi).}$$

Lời giải:

Gọi năm sinh của cầu thủ là: $\overline{19ab}$ ($a, b < 10$)

Theo bài ra ta có:

$$2025 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b$$

$$2025 - 1900 - a \times 10 - b = a + b + 10$$

$$a \times 11 + b \times 2 = 115 (*)$$

Vì $a \times 11 \neq 115$ nên $b \times 2 \neq 0$. Mặt khác 115 là số lẻ và $b \times 2$ là số chẵn nên $a \times 11$ là số lẻ hay a là số lẻ.

Lại có: $0 < b \times 2 < 20$ nên $95 < a \times 11 < 115$ hay $8 < a < 11$. Suy ra $a = 9$.

Khi $a = 9$ thay vào (*) ta được:

$$a \times 11 + b \times 2 = 115$$

$$99 + b \times 2 = 115$$

$$b \times 2 = 16$$

$$b = 8.$$

Vậy năm sinh của cầu thủ là: 1998.

Thử lại: $2025 - 1998 = 1 + 9 + 9 + 8 = 27$ (Thoả mãn).

Năm 2030 tuổi của cầu thủ là:

$$2030 - 1998 = 32 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: 32 tuổi.

Ví dụ 10: Năm nay bác Thu 45 tuổi. Bác có 3 đứa cháu, tuổi mỗi đứa lần lượt là 15 tuổi, 11 tuổi, 7 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu?

Hướng dẫn giải:

Phân tích bài toán:

- Bài toán cho biết: Năm nay bác Thu 45 tuổi. Bác có 3 đứa cháu, tuổi mỗi đứa lần lượt là 15 tuổi, 11 tuổi, 7 tuổi.

- Bài toán yêu cầu: Tìm số năm để tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu.

- Bài toán thuộc dạng toán tính tuổi khi biết hai hiệu số tuổi. Ta sử dụng phương pháp đại số để giải bài toán.

- Gọi số năm để tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu là a . Theo bài ra ta có: $15 + a + 11 + a + 7 + a = 45 + a$. Giải phương trình ta được

$a = 6$. Vậy số năm để tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu là 6 năm.

Lời giải:

Gọi số năm để tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu là a .

Khi tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu, tuổi bác Thu là:
 $45 + a$.

Khi tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của ba cháu, tuổi của 3 cháu lần lượt là: $15 + a$; $11 + a$; $7 + a$.

Theo bài ra ta có:

$$15 + a + 11 + a + 7 + a = 45 + a$$

$$a \times 3 + 33 = 45 + a$$

$$a \times 2 = 12$$

$$a = 6.$$

Vậy số năm để tuổi của bác Thu bằng tổng số tuổi của 3 cháu là 6 năm.

Đáp số: 6 năm.

Bài tập thực hành:

Bài tập 1: Năm nay mẹ hơn con 28 tuổi. Tìm tuổi mẹ, tuổi con khi tuổi mẹ gấp 5 lần tuổi con.

Đáp số: con 7 tuổi, mẹ 35 tuổi.

Bài tập 2: Con trai hỏi tuổi mẹ, mẹ trả lời: “Tuổi con bây giờ bằng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ cách đây 8 năm. Sau 8 năm nữa thì tuổi con lúc đó sẽ bằng $\frac{2}{5}$ tuổi mẹ bây giờ”. Em hãy cho biết tuổi mẹ bây giờ bằng bao nhiêu?

Đáp số: 32 tuổi.

Bài tập 3: Hiện nay tuổi con bằng $\frac{1}{3}$ tuổi cha. Trước đây 12 năm tuổi con chỉ bằng $\frac{1}{9}$ tuổi cha. Tính tuổi cha, tuổi con hiện nay.

Đáp số: con 16 tuổi, cha 48 tuổi.

Bài tập 4: Hiện nay tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con. 5 năm nữa thì tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi con hiện nay.

Đáp số: 10 tuổi.

Bài tập 5: Cháu hỏi bà: “Bà ơi! Năm nay bà bao nhiêu tuổi ạ?”. Bà vui vẻ trả lời: “Ồ! Nếu sống thêm một nửa quãng đời bà đã sống và thêm một năm nữa thì vừa tròn 100 năm”. Hãy tính xem bà bao nhiêu tuổi.

Đáp số: 66 tuổi.

Bài tập 6: Nếu gấp đôi số tuổi người chú rồi so với tổng số tuổi của hai chú cháu thì lớn hơn 20. Tính tuổi của chú, tuổi của cháu. Biết tuổi của người cháu hơn hiệu số tuổi của hai chú cháu là 5 tuổi.

Đáp số: cháu 25 tuổi, chú 45 tuổi.

Bài tập 7: Hiện nay mẹ 36 tuổi, con trai 10 tuổi, con gái 5 tuổi. Hỏi mấy năm nữa thì tuổi mẹ bằng tổng số tuổi của hai con? Năm đó mẹ bao nhiêu tuổi?

Đáp số: 21 tuổi.

Bài tập 8: Ngọc hỏi chị An: “Chị của An năm nay bao nhiêu tuổi?”. An đáp: “Chị mình bao năm mà chị mình bằng tuổi mình hiện nay thì tuổi mình lúc đó chỉ bằng $\frac{1}{4}$ tuổi chị mình. Còn bây giờ tổng số tuổi của 2 chị em mình là 33 tuổi”. Em có tính được tuổi chị bạn An không?

Đáp số: 21 tuổi

Bài tập 9: Bảy năm về trước tổng số tuổi của ba mẹ con bằng 48. Sáu năm sau tuổi mẹ hơn con nhỏ 30 tuổi và hơn con lớn 24 tuổi. Tính tuổi mẹ hiện nay.

Đáp số: 41 tuổi.

Bài tập 10: Năm nay tuổi ông gấp 10 lần tuổi bé Nam và tuổi bố gấp 6 lần tuổi bé Nam. Biết 10 năm trước, ông hơn bố 32 tuổi. Tính tuổi bé Nam hiện nay.

Đáp số: 8 tuổi.

Kết luận chương 2

Trong chương 2, em đã đi sâu nghiên cứu và trình bày một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học, bao gồm bốn phương pháp: phương pháp sơ đồ đoạn thẳng, phương pháp chia tỉ lệ, phương pháp thử chọn, phương pháp đại số. Mỗi phương pháp đều được minh hoạ thông qua các bài toán cụ thể kèm theo bài giải chi tiết và đưa ra một số bài tập thực hành nhằm giúp học sinh dễ hình dung, dễ tiếp cận và rèn luyện kỹ năng giải toán theo từng dạng của bài toán tính tuổi cho học sinh Tiểu học.

Các phương pháp được lựa chọn phù hợp với đặc điểm nhận thức và năng lực của học sinh Tiểu học, góp phần phát huy tư duy logic, khả năng phân tích và giải quyết vấn đề. Đồng thời, việc đa dạng hoá các phương pháp còn giúp giáo viên linh hoạt hơn trong quá trình giảng dạy, từ đó nâng cao hiệu quả học tập của học sinh đối với dạng toán tính tuổi là một dạng toán có lời văn tương đối phức tạp nhưng rất thiết thực và gần gũi với đời sống.

KẾT LUẬN

Được sự đồng ý của Nhà trường, em đã tiến hành nghiên cứu đề tài khoá luận tốt nghiệp ***“Một số phương pháp giải các bài toán tính tuổi ở Tiểu học”*** trong quá trình nghiên cứu đề tài đã đạt một số kết quả sau:

- Trình bày cơ sở lí luận về đặc điểm nhận thức của học sinh Tiểu học trong học Toán; vị trí vai trò của hoạt động giải Toán trong dạy và học Toán ở Tiểu học và đưa ra một số dạng bài Toán tính tuổi ở Tiểu học cũng như quy trình chung để giải một bài Toán ở Tiểu học.

- Đề tài đã đưa ra được một số phương pháp giải các bài Toán tính tuổi ở Tiểu học:

- + Ứng dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài Toán tính tuổi Tiểu học

- + Ứng dụng phương pháp chia tỉ lệ để giải các bài Toán tính tuổi Tiểu học

- + Ứng dụng phương pháp thử chọn để giải các bài Toán tính tuổi Tiểu học

- + Ứng dụng phương pháp đại số để giải các bài Toán tính tuổi Tiểu học

- Trình bày bài giải mỗi bài Toán minh họa trong mỗi phương pháp giải Toán và thiết kế một số bài tập thực hành nhằm góp phần rèn luyện và phát triển kĩ năng giải các dạng Toán tính tuổi cho học sinh Tiểu học.

Về cơ bản khoá luận đã đạt được các mục tiêu và hoàn thành các nhiệm vụ đặt ra khi tiến hành nghiên cứu. Đề tài là nguồn tài liệu tham khảo giúp các em học sinh Tiểu học rèn luyện kĩ năng phân tích và giải các bài tập về dạng Toán tính tuổi, tài liệu tham khảo hữu ích cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học trường Đại học Hoa Lư và một số thầy cô đang giảng dạy tại các trường Tiểu học muốn nghiên cứu phương pháp giải dạng Toán tính tuổi. Nhờ vào việc nghiên cứu và trình bày khoá luận trên tinh thần học hỏi, em cũng rút ra được rất nhiều kinh nghiệm cho bản thân trong quá trình học tập và công tác sau này, Tuy nhiên, do là lần đầu nghiên cứu một vấn đề khoa học nên chắc chắn khoá luận còn nhiều thiếu sót, em mong muốn nhận được các ý kiến đóng góp của các thầy cô để đề tài được hoàn thiện hơn. Em xin chân thành cảm ơn.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông – Chương trình tổng thể*, Ban hành kèm theo thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo.
2. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*, Ban hành kèm theo thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo.
3. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2020), *Quy định đánh giá học sinh Tiểu học*, Ban hành kèm theo thông tư số 27/2020/TT-BGDĐT ngày ngày 4 tháng 9 năm 2020 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo.
4. Vũ Quốc Chung (2007), *Phương pháp dạy học Toán ở Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm, Hà Nội.
5. Đảng Cộng sản Việt Nam, Ban chấp hành Trung ương Đảng (2013), *Nghị quyết Hội nghị lần thứ 8, Ban chấp hành Trung ương khoá XI (Nghị quyết số 29-NQ/TW) về đổi mới căn bản, toàn diện Giáo dục và Đào tạo*.
6. Trần Nam Dũng (2021), *Toán 2* (Tập 1, Tập 2), *Chân trời sáng tạo*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
7. Trần Nam Dũng (2022), *Toán 3* (Tập 1, Tập 2), *Chân trời sáng tạo*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
8. Trần Nam Dũng (2023), *Toán 4* (Tập 1, Tập 2), *Chân trời sáng tạo* Nxb, Giáo dục Việt Nam.
9. Trần Nam Dũng (2024), *Toán 5* (Tập 1, Tập 2), *Chân trời sáng tạo*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
10. Vũ Thị Thuỳ Dương (2023), *Ứng dụng phương pháp thử chọn giải một số bài Toán ở Tiểu học*, Khóa luận tốt nghiệp, trường Đại học Hoa Lư.
11. Trần Diên Hiền (2021), *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Toán Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm, Hà Nội.
12. Trần Diên Hiền (2022), *Thực hành giải Toán Tiểu học*, Nxb Đại học Sư Phạm, Hà Nội.
13. Nguyễn Thanh Hưng (2009), *Phương pháp dạy Toán tính tuổi ở Tiểu học*, Nxb Giáo dục Việt Nam.

14. Nguyễn Thị Hương (2019), *Rèn kỹ năng giải Toán về tuổi bằng sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh lớp 4*, sáng kiến kinh nghiệm, trường Tiểu học Nam Thái, Nam Định.
15. Vũ Thị Lan Hương (2013), *Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài Toán tính tuổi ở Tiểu học*, Khóa luận tốt nghiệp, trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2.
16. Trần Thanh Huyền (2024), *Một số phương pháp giải dạng Toán về số và chữ số ở bậc Tiểu học*, Khóa luận tốt nghiệp, trường Đại học Hoa Lư.
17. Hà Huy Khoái (2021), *Toán 2* (Tập 1, Tập 2), *Kết nối tri thức với cuộc sống*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
18. Hà Huy Khoái (2022), *Toán 3* (Tập 1, Tập 2), *Kết nối tri thức với cuộc sống*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
19. Hà Huy Khoái (2023), *Toán 4* (Tập 1, Tập 2), *Kết nối tri thức với cuộc sống*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
20. Hà Huy Khoái (2024), *Toán 5* (Tập 1, Tập 2), *Kết nối tri thức với cuộc sống*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
21. Đỗ Đức Thái (2021), *Toán 2* (Tập 1, Tập 2), *Cánh Diều*, Nxb Đại học Sư phạm.
22. Đỗ Đức Thái (2022), *Toán 3* (Tập 1, Tập 2), *Cánh Diều*, Nxb Đại học Sư phạm.
23. Đỗ Đức Thái (2023), *Toán 4* (Tập 1, Tập 2), *Cánh Diều*, Nxb Đại học Sư phạm.
24. Đỗ Đức Thái (2024), *Toán 5* (Tập 1, Tập 2), *Cánh Diều*, Nxb Đại học Sư phạm.
25. Nguyễn Xuân Thúc (2022), *Giáo trình tâm lý học Tiểu học*, Nxb Đại học Sư phạm, Hà Nội.