UBND TỈNH NINH BÌNH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOA LƯ

BÁO CÁO KẾT QUẢ THỰC HIỆN
NHIỆM VỤ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ CẤP CƠ SỞ

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN CHO SINH VIÊN NGÀNH GIÁO DỤC TIỂU HỌC THÔNG QUA MỘT SỐ DẠNG TOÁN TIỂU HỌC

Chủ nhiệm nhiệm vụ: ThS. NINH TIẾN NAM

Đơn vị công tác: KHOA SP TIỂU HỌC - MẦM NON

NINH BÌNH, 2022

UBND TỈNH NINH BÌNH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HOA LƯ

BÁO CÁO KẾT QUẢ THỰC HIỆN
NHIỆM VỤ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ CẤP CƠ SỞ

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN CHO SINH VIÊN NGÀNH GIÁO DỤC TIỂU HỌC THÔNG QUA MỘT SỐ DẠNG TOÁN TIỂU HỌC

Chủ nhiệm nhiệm vụ: ThS. NINH TIẾN NAM

Đơn vị công tác: KHOA SP TIỂU HỌC - MẦM NON

Các thành viên: ThS. DƯƠNG THU HƯƠNG

Đơn vị công tác: KHOA SP TIỂU HỌC - MẦM NON

Xác nhận của **chủ tịch HD nghiệm thu**	**Chủ nhiệm nhiệm vụ**
ThS. Nguyễn Hữu Tiến	**ThS. Ninh Tiến Nam**

NINH BÌNH, 2022

Mục lục

THÔNG TIN CHUNG VỀ CỦA NHIỆM VỤ

1. Phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học thông qua một số dạng toán Tiểu học.
2. Lĩnh vực nghiên cứu: Tự nhiên
3. Thời gian thực hiện: 12 tháng (từ tháng 12/2021 đến 11/2022).
4. Chủ nhiệm của nhiệm vụ: Ths. Ninh Tiến Nam, khoa Sư phạm Tiểu học - Mầm non.
5. Các thành viên tham gia: Ths. Dương Thu Hương, khoa Sư phạm Tiểu học - Mầm non.

LỜI MỞ ĐẦU

1. Tính cấp thiết của nhiệm vụ khoa học và công nghệ

Chương trình giáo dục phổ thông mới (CT GDPT 2018) đang được triển khai thực hiện với quan điểm là bảo đảm phát triển phẩm chất và năng lực người học thông qua nội dung giáo dục với những kiến thức, kĩ năng cơ bản, thiết thực, hiện đại; hài hoà đức, trí, thể, mĩ; chú trọng thực hành, vận dụng kiến thức, kĩ năng đã học để giải quyết vấn đề trong học tập và đời sống.

Để triển khai có hiệu quả, đáp ứng mục tiêu giáo dục thì thì đội ngũ giáo viên nói chung và giáo viên dạy Toán nói riêng có vai trò rất quan trọng. Trong dạy học môn toán, đòi hỏi người giáo viên phải có những phẩm chất và năng lực toán học, cần linh hoạt trong việc vận dụng các phương pháp, kỹ thuật dạy học tích cực. Tuỳ theo mục tiêu, nội dung, đối tượng và điều kiện cụ thể mà có những hình thức tổ chức dạy học thích hợp, kết hợp các hoạt động dạy học trong lớp học với hoạt động thực hành trải nghiệm, vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn.

Trong các năng lực cần thiết của giáo viên dạy Toán thì năng lực giải toán là một trong những năng lực quan trọng nhất và cần thiết nhất. Bởi vì, dạy toán không chỉ dạy lý thuyết mà quan trọng là dạy cho học sinh biết vận dụng để giải toán và vận dụng vào thực tế; học toán thực chất là học làm toán, lý thuyết cần được vận dụng thường xuyên vào giải toán và qua giải toán sẽ khắc sâu được kiến thức cho học sinh.

Thực tế trong quá trình giảng dạy cho sinh viên ngành Giáo dục tiểu học, chúng tôi nhận thấy năng lực giải toán của sinh viên còn nhiều hạn chế, nhất là giải các dạng toán nâng cao, bồi dưỡng học sinh giỏi tiểu học. Vì thế việc phát triển năng lực toán học nói chung và năng lực giải toán nói riêng đối với sinh viên ngành Giáo dục tiểu học là nhiệm vụ rất quan trọng và cần thiết, giúp sinh viên khi ra trường đáp ứng được yêu cầu giảng dạy theo chương trình giáo dục phổ thông mới. Xuất phát từ những lý do trên, chúng tôi lựa chọn nhiệm vụ Khoa học và Công nghệ: "*Phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học thông qua một số dạng toán Tiểu học*" để nghiên cứu.

2. Tổng quan tình hình nghiên cứu của nhiệm vụ khoa học và công nghệ

Qua các nghiên cứu về những công trình khoa học, sáng kiến đã công bố liên quan đến phát triển năng lực giải toán Tiểu học đã công bố thì chủ yếu các công trình này nghiên cứu về các biện pháp phát triển năng lực giải toán cho học sinh Tiểu học hoặc nếu có chỉ liên quan đến phát triển năng lực cho giáo viên mà chưa có đề tài nào đề xuất các biện pháp phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học, đối tượng đang trong quá trình học tập, rèn luyện, trang bị hành trang kiến thức để trở thành người giáo viên tương lai.

3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu của nhiệm vụ khoa học và công nghệ

a. Mục đích nghiên cứu

Thông qua việc giải một số dạng toán nâng cao ở tiểu học đề xuất một số biện pháp phát triển kỹ năng giải toán cho sinh viên ngành giáo dục Tiểu học, trường Đại học Hoa Lư.

b. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu cơ sở lý luận về năng lực giải toán.
- Nghiên cứu cách giải một số dạng toán nâng cao ở tiểu học.
- Đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ngành giáo dục Tiểu học.

4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu của nhiệm vụ khoa học và công nghệ

a. Đối tượng nghiên cứu

Đề tài nghiên cứu về năng lực giải toán. Các phương pháp giải toán ở Tiểu học và các biện pháp để phát triển năng lực giải toán.

b. Phạm vi nghiên cứu

- Nội dung nghiên cứu: Biện pháp phát triển năng lực giải một số dạng toán nâng cao ở Tiểu học.
- Thời gian nghiên cứu: 12 tháng

5. Cách tiếp cận và phương pháp nghiên cứu của nhiệm vụ khoa học và công nghệ

a. Cách tiếp cận

- Nghiên cứu lý thuyết
- Đề xuất giải pháp.

b. Phương pháp nghiên cứu

- Nhóm các phương pháp nghiên cứu lí luận: Phương pháp phân tích tài liệu, phương pháp so sánh, phương pháp phân loại và hệ thống hóa lí thuyết.
- Nhóm các phương pháp nghiên cứu thực tiễn: Phương pháp đàm thoại, phương pháp quan sát, phương pháp thực nghiệm, phương pháp thống kê
- Đánh giá.

CHƯƠNG 1.

Cơ sở lý luận

1.1. Năng lực

Theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018 [2]: "*Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể*".

Như vậy

- Năng lực là sự kết hợp giữa tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện của người học.
- Năng lực là sự tích hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,. . .
- Năng lực được hình thành, phát triển thông qua hoạt động và thể hện ở sự thành công trong hoạt động thực tiễn.

Khái quát lại năng lực có thể hiểu là sự kết hợp của các kiến thức, kỹ năng, phẩm chất, thái độ và hành vi của một cá nhân để thực hiện một công việc có hiệu quả. Năng lực không chỉ bao hàm kiến thức, kỹ năng, kỹ xảo, mà còn cả động cơ, đạo đức và hành vi xã hội.

1.2. Năng lực giải Toán

1.2.1. Năng lực Toán học

Năng lực toán học (mathematical competence) là một loại hình năng lực đặc thù, gắn liền với môn học. Có nhiều quan niệm khác nhau về năng lực toán học:

Hiệp hội giáo viên Toán Mĩ (NCTM) mô tả: "Năng lực toán là cách thức nắm bắt và sử dụng nội dung kiến thức toán".

Theo Blomhoj & Jensen (2007): "Năng lực toán học là khả năng sẵn sàng hành động để đáp ứng với thách thức toán học của các tình huống nhất định".

Theo Niss (1999): " Năng lực toán học như khả năng của cá nhân để sử dụng các khái niệm toán học trong một loạt các tình huống có liên quan đến toán học, kể cả những lĩnh vực bên trong hay bên ngoài của toán học (để hiểu, quyết định và giải thích)". Niss cũng xác định tám thành tố của năng lực toán học và chia thành hai cụm (xem sơ đồ minh họa ở trên). Cụm thứ nhất bao gồm: năng lực tư duy toán học (mathematical thinking competency); năng lực giải quyết vấn đề toán học (problems tackling competency); năng lực mô hình hóa toán học (modelling competency); năng lực suy luận toán học (reasoning competency). Cụm thứ hai bao gồm: năng lực biểu diễn (representing competency); năng lực sử dụng ngôn ngữ ký hiệu, hình thức (symbols and formalism competency); năng lực giao tiếp toán học (communicating competency); năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (aids and tools competency).

Tám năng lực đó tập trung vào những gì cần thiết để cá nhân có thể học tập và ứng dụng toán học. Các năng lực này không hoàn toàn độc lập mà liên quan chặt chẽ và có phần giao thoa với nhau.

Ở Việt Nam trong những năm gần đây, các nhà nghiên cứu thường nhắc tới quan niệm của các nhà giáo dục toán học Đan Mạch và đề xuất của tác giả Trần Kiều (Viện Khoa học giáo dục Việt Nam). Theo Trần Kiều (2014): "Các NL cần hình thành và phát triển cho người học qua dạy học môn toán trong trường phổ thông Việt Nam là: năng lực tư duy; năng lực giải quyết vấn đề; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giao tiếp; năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán; năng lực học tập độc lập và hợp tác".

Tiếp cận về năng lực môn toán theo cách nghiên cứu các thành tố của nó cũng là cách tiếp cận phổ biến của các tổ chức và các quốc gia trên thế giới. Vì vậy, chúng tôi quan niệm năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Tuy nhiên, cần nhấn mạnh rằng trong dạy học môn toán, đối với từng bài học riêng lẻ thì chỉ có thể miêu tả từng yếu tố nào đó (có tính chất bộ phận) của các thành tố năng lực toán học mà người học có thể đạt được, liên quan trực tiếp đến nội dung bài học chứ chưa nên đề cập đến việc người học hình thành và phát triển được những thành tố nào đó (như một kết quả tổng thể) của năng lực toán học. Ở đây, tiến bộ đạt được cần phải xác định thông qua tổng hợp các kết quả bộ phận mà người học tích lũy được trong cả quá trình học tập.

Mỗi một thành tố của năng lực môn toán cần được biểu hiện cụ thể bằng các tiêu chí, chỉ báo chất lượng (những kỹ năng thành phần). Biểu hiện cụ thể của các thành tố cốt lõi của năng lực toán học và yêu cầu cần đạt cho từng cấp học được thể hiện khác nhau đối với từng cấp học. Chẳng hạn đối với bậc Tiểu học thì các thành tố của năng lực Toán học được thể hiện rõ nét như sau

Các thành tố cốt lõi của năng lực toán học	**Cấp tiểu học**
1. Năng lực tư duy và lập luận toán học thể hiện qua việc:	
• Thực hiện được các thao tác tư duy như: so sánh, phân tích, tổng hợp, đặc biệt hoá, khái quát hoá, tương tự; quy nạp, diễn dịch.	• Thực hiện được các thao tác tư duy (ở mức độ đơn giản), đặc biệt biết quan sát,tìm kiếm sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống quen thuộc và mô tả được kết quả của việc quan sát.
• Chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận	• Nêu được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận.
• Giải thích hoặc điều chỉnh được cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học	• Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Bước đầu chỉ ra được chứng cứ và lập luận có cơ sở, có lí lẽ trước khi kết luận
2. Năng lực mô hình hoá toán học thể hiện qua việc:	
•Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.	• Lựa chọn được các phép toán, công thức số học, sơ đồ, bảng biểu,hình vẽ để trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng của tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn đơn giản.

• Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập • Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.	• Giải quyết được những bài toán xuất hiện từ sự lựa chọn trên. • Nêu được câu trả lời cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.
3. Năng lực giải quyết vấn đề toán học thể hiện qua việc: • Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học. • Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề. • Sử dụng được các kiến thức, kĩ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra. • Đánh giá được giải pháp đề ra và khái quát hoá được cho vấn đề tương tự.	• Nhận biết được vấn đề cần giải quyết và nêu được thành câu hỏi. • Nêu được cách thức giải quyết vấn đề. Thực hiện và trình bày được cách thức giải quyết vấn đề ở mức độ đơn giản. Kiểm tra được giải pháp đã thực hiện.
4. Năng lực giao tiếp toán học thể hiện qua việc: • Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết được trình bày dưới dạng văn bản toán học hay do người khác nói hoặc viết ra. • Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác (với yêu cầu thích hợp về sự đầy đủ, chính xác)	• Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép (tóm tắt) được các thông tin toán học trọng tâm trong nội dung văn bản hay do người khác thông báo (ở mức độ đơn giản), từ đó nhận biết được vấn đề cần giải quyết. • Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác (chưa yêu cầu phải diễn đạt đầy đủ, chính xác). Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề.

• Sử dụng được hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, chữ cái, kí hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic,...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường hoặc động tác hình thể khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) với người khác. • Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến Toán học	• Sử dụng được ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường, động tác hình thể để biểu đạt các nội dung toán học ở những tình huống đơn giản • Thể hiện được sự tự tin khi trả lời câu hỏi, khi trình bày, thảo luận các nội dung toán học ở những tình huống đơn giản
4. Nhận biết được tên gọi, tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các đồ dùng, phương tiện trực quan thông thường, phương tiện khoa học công nghệ (đặc biệt là phương tiện sử dụng công nghệ thông tin), phục vụ cho việc học Toán. • Sử dụng được các công cụ, phương tiện học toán, đặc biệt là phương tiện khoa học công nghệ để tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học (phù hợp với đặc điểm nhận thức lứa tuổi). • Nhận biết được các ưu điểm, hạn chế của những công cụ, phương tiện hỗ trợ để có cách sử dụng hợp lí.	• Nhận biết được tên gọi, tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các công cụ, phương tiện học toán đơn giản (que tính, thẻ số, thước, compa, êke, các mô hình hình phẳng và hình khối quen thuộc,...) • Sử dụng được các công cụ, phương tiện học toán để thực hiện những nhiệm vụ học tập toán đơn giản. • Làm quen với máy tính cầm tay, phương tiện công nghệ thông tin hỗ trợ học tập. • Nhận biết được (bước đầu) một số ưu điểm, hạn chế của những công cụ, phương tiện hỗ trợ để có cách sử dụng hợp lí.

Năng lực toán học của người học chủ yếu được hình thành và phát triển trong tiến trình: nhận biết kiến thức, kĩ năng toán học; kết nối toán học với đời sống thực tiễn; áp dụng kiến thức, kĩ năng toán học để giải quyết các vấn đề cụ thể trong học tập hoặc trong đời sống hàng ngày.

1.2.2. Năng lực giải toán

Theo Nguyễn Thị Hương Trang (2002) cho rằng: Năng lực giải toán là khả năng áp dụng tiến trình phát hiện và giải quyết vấn đề vào giải một bài toán cụ thể, đòi hỏi phương thức tiếp cận sáng tạo và tính hướng đích cao, nhằm đạt kết quả sau khi thực hiện các hoạt động giải toán.

Theo Đỗ Thị Trinh (2017): Năng lực giải Toán là một phần của năng lực toán học, bao gồm tổ hợp các kĩ năng, đảm bảo thực hiện các hoạt động giải toán một cách hiệu quả sau một số bước thực hiện.

Theo Nguyễn Anh Thương (2020), Năng lực giải toán là thuộc tính cá nhân, đáp ứng yêu cầu giải quyết thành công một vấn đề toán học dựa vào tố chất sẵn có, sự huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm trong lĩnh vực toán học và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí, niềm đam mê,... Để có được năng lực giải toán, sinh viên cần rèn luyện tư duy phân tích, tổng hợp, khái quát hóa,...

Theo nhóm tác giả "Năng lực giải toán là một phần của năng lực Toán học, đó là khả năng giải quyết các vấn đề Toán học bằng cách vận dụng khai thác các kiến thức, kỹ năng Toán học, một cách linh hoạt, sáng tạo. Là quá trình không ngừng rèn luyện, trao dồi chiếm lĩnh tri thức, luyện tập các kỹ năng Toán học". Để phát triển năng lực giải toán, người học cần không ngừng rèn luyện các kỹ năng Toán học và chiếm lĩnh tri thức trên nhiều bình diện khác nhau.

1.2.3. Một số biện pháp chung về phát triển năng lực giải toán

Xuất phát từ định nghĩa "Năng lực giải Toán", nhóm tác giả xin đưa ra một số biện pháp phát triển năng lực giải Toán cho người học như sau

1.2.3.1. Tăng cường phát triển năng lực tư duy và lập luận Toán học

Để phát triển năng lực tư duy và lập luận Toán học, người học phải tăng cường rèn luyện

- Các thao tác tư duy như so sánh, phân tích, tổng hợp đặc biệt hóa và khái quát hóa , tương tự, quy nạp diễn dịch.

- Năng lực chỉ ra các chứng cớ, lí lẽ và biết lập luận hợp lý trước khi kết luận.
- Giải thích hoặc điều chỉnh được cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học

Biểu hiện cụ thể của năng lực này trong các bài toán là

1. Khả năng phân tích đề bài:

   +) Nhận dạng bài toán: xem bài toán có thuộc dạng đã biết hay có thể đưa về dạng đã biết hay không?

   +) Xác định được bài toán cho gì?

   +) Xác định được yêu cầu bài toán.

   +) Xác định được mối liên hệ giữa cái đã cho và cái chưa biết từ đó hình thành các bước giải.

2. Khả năng tự kiểm tra lại bài làm của mình:

   +) Kiểm tra về trình bày các bước giải (lời giải, phép tính).

   +) Kiểm tra về kết quả (kiểm tra tính chính xác của câu lời giải, các lập luận trong từng bước giải và kiểm tra kết quả từng bước, đáp số).

   Khi tự kiểm tra bài làm của mình, sinh viên thể hiện năng lực lập luận như suy xét cẩn thận, cân nhắc hợp lí các yếu tố đã cho và mối quan hệ với kết quả. Đó chính là cơ hội cho người học thể hiện năng lực lập luận khi kiểm tra các bước giải đã trình bày theo đúng thứ tự hợp lí chưa, cách diễn đạt tốt chưa, ngôn ngữ toán học sử dụng chính xác chưa, kiểm tra kết quả thực hiện các phép tính trong từng bước giải và kiểm tra đáp số cuối cùng của bài toán. Ở bất cứ bước kiểm tra nào nếu phát hiện ra sai sót cần tìm nguyên nhân để lập luận và sửa lại.

3. Khả năng nhận xét được lời giải của người khác:

   Người có năng lực lập luận là người biết vận dụng phân tích, tổng hợp, đánh giá thông tin thu thập được nhằm đưa ra những lập luận hoàn chỉnh cho việc giải quyết vấn đề, sẵn sàng xem xét các ý kiến khác nhau và lựa chọn, sử dụng ngôn ngữ toán học một cách cẩn thận, chính xác. Trong việc nhằm phát triển năng lực lập luận logic thì việc kiểm tra, nhận xét lời giải là một bước quan trọng, thể hiện rất rõ năng lực lập luận của mỗi người là khác nhau. Việc nhận xét lời giải có thể chia thành các mức độ sau:

+) Đưa ra được lời giải của bài toán (để làm cơ sở cho việc so sánh, phân tích, nhận xét bài làm của người khác).

+) Kiểm tra được lời giải của người khác.

+) So sánh được lời giải của người khác với lời giải của mình.

Thực tế khi nhận xét bài làm của người khác thường chỉ nhận xét bài làm đúng hay sai khi xem xét đáp số cuối cùng của bài toán mà chưa quan tâm đến các bước giải chi tiết. Hạn chế này cần khắc phục để người học có kĩ năng suy xét nguyên nhân sai sót (nếu có) và cách sửa chữa cũng như nhận xét về cái hay của lời giải, tạo tiền đề cho việc tranh luận tìm ra nhiều cách giải, lựa chọn cách giải tối ưu cho bài toán.

4. *Khả năng tranh luận để tìm ra nhiều lời giải hoặc nhiều cách giải cho một bài toán (nếu có) và lựa chọn cách giải tối ưu*

   Người có năng lực lập luận là người sẵn sàng tranh luận để bảo vệ những lập luận của bản thân cũng như để lắng nghe những lập luận của người khác nhằm đưa đến mục đích là giải quyết vấn đề. Người có năng lực lập luận là người biết trao đổi và thuyết phục người khác tin vào lập luận, vào lí lẽ của mình qua các căn cứ khoa học, logic.
   Việc thảo luận, tranh luận để tìm ra các lời giải khác nhau hay cách giải khác nhau (nếu có) chính là tạo cơ hội cho người học bộc lộ năng lực lập luận của mỗi cá nhân, đồng thời học hỏi khả năng lập luận của người khác.

1.2.3.2. Tăng cường phát triển năng lực mô hình hóa toán học

Năng lực mô hình hóa toán học được xác định thông qua các biểu hiện:

- Mô hình hóa bài toán thực tiễn về công thức, biểu đồ, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...
- Giải quyết được vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.
- Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

Như vậy, thông qua tìm hiểu, phân tích vấn đề chưa có hướng giải quyết, người học tìm cách đưa vấn đề về mô hình toán học đã biết cách giải quyết qua đó người học có cơ hội phát triển năng lực mô hình hóa toán học.

1.2.3.3. Tăng cường phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học

Biểu hiện của năng lực này là người học thực hiện các hành động sau

- Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học.
- Đề xuất, lựa chọn được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề.
- Sử dụng được kiến thức, kỹ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra.
- Đánh giá giải pháp đề ra và khái quát cho vấn đề tương tự .

Thông qua quá trình phân tích, tổng hợp, suy luận và đưa ra phương án giải quyết vấn đề toán học, người học có cơ hội phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

1.2.3.4. Tăng cường Năng lực giao tiếp toán học

Các biểu hiện của năng lực này là

- Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết được trình bày dưới dạng văn bản toán học hoặc do người khác viết hoặc nói ra.
- Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác (với yêu cầu thích hợp về sự đầy đủ, chính xác).
- Sử dụng ngôn ngữ toán học hiệu quả (chữ số, chữ cái, ký hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic,...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường hoặc động tác hình thể khi trình bày lời giải, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) với người khác.
- Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luậncác nội dung, ý tưởng liên quan đến toán học.

1.2.3.5. Tăng cường phát triển năng lực sử dụng các phương tiện, công cụ hỗ trợ trong việc giải Toán

Năng lực sử dụng các phương tiện, công cụ hỗ trợ trong việc giải Toán của người học được thể hiện qua các hành động

- Biết tên gọi, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các đồ dùng, phương tiện trực quan thông thường, phương tiện khoa học công nghệ (đặc biệt là sử dụng công nghệ thông tin), phục vụ toán học.
- Sử dụng thành thạo và linh hoạt các công cụ, phương tiện toán học, đặc biệt phương tiện khoa học công nghệ để tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học phù hợp với đặc điểm lứa tuổi.

Quá trình thực hiện thao tác trên giúp người học phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương tiện toán học.

CHƯƠNG 2.

Một số biện pháp phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ngành Giáo dục tiểu học thông qua một số dạng toán Tiểu học

Từ những biện pháp chung để phát triển năng lực giải toán, căn cứ vào thực trạng năng lực giải Toán của sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học nói chung và sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học Trường Đại học Hoa Lư nói riêng, nhóm tác giả xin đưa ra một số biện pháp cụ thể thể phát triển năng lực giải toán cho sinh viên thông qua một số bài toán thuộc một số dạng toán Tiểu học:

- Các dạng toán về số và dãy số;
- Các dạng toán có lời văn;
- Các bài toán có nội dung hình học;
- Các bài toán về suy luận logic.

2.1. Phát triển năng lực giải toán về số và dãy số

Thông qua các bài toán về số và dãy số trong đề tài này, sinh viên được rèn luyện và phát triển các năng lực giải toán là

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học:*
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học.*
- *Năng lực giao tiếp toán học.*

Các biện pháp phát triển các năng lực này sẽ được thể hiện dưới dạng cụ thể trong các bài toán sau

2.1.1. Một số bài toán về nhận dạng số tự nhiên

Bài toán 1. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau?

PHÂN TÍCH. Đây là bài toán xác định số các số tự nhiện thỏa mãn điều kiện cho trước lập được từ các chữ số tự nhiên đã cho.
Đối với dạng toán này khi giải bài toán sinh viên phải xác định rõ được các vấn đề sau

- Nhận dạng được bài toán;
- Giả thiết, kết luận của bài toán: Các số tự nhiên cần lập có chữ số? Điều kiện bài toán yêu cầu đối với các số tự nhiên này là gì?
- Từ đó sinh viên xác định được các kiến thức cần huy động để giải bài toán.

LỜI GIẢI.
Gọi $\overline{abcd}$ là số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau lập được từ các chữ số đã cho.

- Chữ số a hàng nghìn có 6 cách chọn trong 6 chữ số đã cho.
- Chữ số b hàng trăm có 5 cách chọn trong 6 chữ số đã cho vì đã bỏ đi chữ số a đã chọn.
- Chữ số c hàng chục có 4 cách chọn trong 6 chữ số đã cho vì đã bỏ đi chữ số a, b đã chọn.
- Chữ số d hàng đơn vị có 3 cách chọn trong 6 chữ số đã cho vì đã bỏ đi chữ số a, b, c đã chọn.

Vậy có $6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3 = 360$ số.

Bài toán 2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 2.

PHÂN TÍCH. Đây là dạng toán nhận dạng số tự nhiên ngoài điều kiện các chữ số khác nhau thì còn có thêm điều kiện số tự nhiên lập được phải chia hết cho 2 (là số chẵn). Tức là trong trường hợp này chữ số hàng đơn vị phải được chọn lựa đầu tiên.

Lời giải.
Gọi $\overline{abcd}$ là số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 2 lập được từ các chữ số đã cho.

- Do $\overline{abcd}$ là số chẵn nên d chỉ có 3 cách chọn trong các chữ số 2, 4, 6.
- Chữ số hàng nghìn a có 5 cách chọn trong các chữ số đã cho vì đã loại đi chữ số mà d đã chọn.
- Chữ số hàng trăm b có 4 cách chọn trong các chữ số đã cho vì đã loại đi 2 chữ số mà d, a đã chọn.
- Chữ số hàng chục c có 3 cách chọn trong các chữ số đã cho vì đã loại đi 3 chữ số mà d, a, b đã chọn.

Vậy có $3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$ số.

Bài toán 3. Từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 5, 6. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau.

Phân tích. Đối với bài toán này khác với bài toán 1 ở chỗ trong các chữ số đã cho có chữ số 0, trường hợp này khi chọn chữ số hàng nghìn ta phải loại đi chữ số 0.

Lời giải.
Gọi $\overline{abcd}$ là số có bốn chữ số khác nhau lập được từ các chữ số đã cho.

- Chữ số a hàng nghìn có 5 cách chọn.
- Chữ số b hàng trăm có 5 cách chọn.
- Chữ số c hàng chục có 4 cách chọn.
- Chữ số d hàng đơn vị có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ số.

Bài toán 4. Từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 5, 6. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 2.

Phân tích. Khác với bài toán 3 chỉ yêu cầu các chữ số khác nhau, bài toán này còn yêu cầu thêm là số tự nhiên lập được từ các chữ số đã cho là số chia hết cho 2.
Khi sinh viên giải bài toán này thường giải sai như sau

Gọi $\overline{abcd}$ là số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 2 lập được từ các chữ số đã cho.

- Chữ số hàng đơn vị d có 4 cách chọn trong các số 0, 2, 4, 6.
- Chữ số hàng nghìn a có 5 cách chọn.
- Chữ số hàng trăm b có 4 cách chọn.
- Chữ số hàng chục c có 3 cách chọn.

Vậy có $4 \times 5 \times 4 \times 3 = 240$ số tự nhiên thỏa mãn bài toán.
Đây là một lời giải áp dụng Quy tắc nhân để giải. Tuy nhiên việc áp dụng này lại dẫn đến kết quả sai. Bởi vì giả thiết bài toán không thỏa mãn điều kiện để áp dụng Quy tắc nhân đó là ứng với mỗi chữ số hàng đơn vị đã chọn thì chữ số hàng nghìn không có số cách chọn giống nhau.
Cụ thể như sau:

- Với $d = 0$ thì chữ số hàng nghìn có 5 cách chọn trong các số 1, 2, 4, 5, 6.
- Nhưng với trường hợp $d = 2$ hoặc $d = 4$ hoặc $d = 6$ thì chữ số hàng nghìn chỉ có 4 cách chọn trong các số 1, 4, 5, 6 vì không thể chọn chữ số 0 được.

Do đó, để giải bài toán này ta phải chia thành 2 trường hợp.

Lời giải.
Gọi $\overline{abcd}$ là số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 2 lập được từ các chữ số đã cho.
Do $\overline{abcd}$ là số chẵn nên d chỉ có thể chọn trong các số 0, 2, 4, 6.
Ta xét hai trường trường hợp

TH 1. $d = 0$, khi đó

- Cho số a hàng nghìn có 5 cách chọn.
- Cho số b hàng nghìn có 4 cách chọn.
- Cho số c hàng nghìn có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số trong trường hợp này.

TH 2. $d = 2$, $d = 4$ hoặc $d = 6$, khi đó

- Cho số a hàng nghìn có 4 cách chọn.
- Cho số b hàng nghìn có 4 cách chọn.

- Cho số c hàng nghìn có 3 cách chọn.

Vậy có $3 \times 4 \times 3 \times 3 = 108$ số trong trường hợp này.

Vậy có $60 + 108 = 168$ số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 2 lập được từ các chữ số đã cho

Nhận xét. Như vậy, để giải bài toán trên sinh viên phải sử dụng hai quy tắc để giải là Quy tắc Cộng và Quy tắc Nhân.

Bài toán 5. Từ các chữ số 0, 1, 3, 4, 5, 6. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau mà chữ số chục là số lẻ.

Lời giải.

Phân tích. Ở bài toán này, tuy rằng chữ số hàng đơn vị của số cần tìm phải thỏa mãn điều kiện cho trước (là số lẻ) nhưng do nó không bao gồm cả chữ số 0 nên với mỗi chữ số hàng đơn vị đã chọn thì số cách chọn chữ số hàng nghìn là giống nhau, do đó việc giải bài toán này ta không cần chia hai trường hợp.

Gọi $\overline{abcd}$ là số lẻ có bốn chữ số khác nhau lập được từ các chữ số đã cho.
Do $\overline{abcd}$ là số lẻ nên d có 3 cách chọn trong các số 1, 3, 5.

- Chữ số a hàng nghìn có 4 cách chọn.
- Chữ số b hàng trăm có 4 cách chọn.
- Chữ số c hàng nghìn có 3 cách chọn.

Vậy có thể lập được $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 72$ số thỏa mãn đề bài.

2.1.2. Một bài toán liên quan đến chữ số tận cùng của một số tự nhiên

2.1.2.1. Tích có chữ số tận cùng là các chữ số khác 0

Bài toán 1. Cho $A = \underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2022 \text{ thừa số } 2}$. Hỏi tích này có tận cùng là chữ số nào?

Phân tích. Đây là bài toán xác định chữ số tận cùng của tích 2022 số 2. Việc giải bài toán này sinh viên cần chú ý đến tính chất

- Tích của 4 thừa số 2 với nhau có tận cùng là 6.
- Tích tất cả các thừa số có tận cùng là 6 có tận cùng là 6.

Nhận thấy 2022 chia 4 dư được thương là 505 dư 2, do đó ta có thể chia A thành tích của 505 cặp $(2 \times 2 \times 2 \times 2)$ với 2×2. Ta được A có tận cùng là 4. Lời giải bài toán như sau

Lời giải.

Do 2022 chia 4 dư được thương là 505 dư 2 nên

$$\begin{aligned}
A &= \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times \cdots \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{505 \text{ cặp } (2\times2\times2\times2)} \times 2 \times 2 \\
&= \underbrace{6 \times 6 \times \cdots \times 6}_{505 \text{ thừa số } 6} \times 2 \times 2 \\
&= \ldots 6 \times 4 \\
&= \ldots 4.
\end{aligned}$$

Vậy A có tận cùng là 4.

Tương tự bài toán trên ta có bài toán sau

Bài toán 2. Cho $B = \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{2023 \text{ thừa số } 3}$. Hỏi tích này có tận cùng là chữ số nào?

Lời giải.

Do 2023 chia 4 dư được thương là 505 dư 3 nên

$$\begin{aligned}
A &= \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times \cdots \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{505 \text{ cặp } (3\times3\times3\times3)} \times 3 \times 3 \times 3 \\
&= \underbrace{1 \times 1 \times \cdots \times 1}_{505 \text{ thừa số } 1} \times 27 \\
&= \ldots 1 \times 27 \\
&= \ldots 27.
\end{aligned}$$

Vậy B có tận cùng là 7.

Bài toán 3. Tìm chữ số tận cùng của tích sau

$$C = 15 \times 17 \times 19 \times 21 \times 23 \times 25 \times 27 \times 29 \times \cdots 2011 \times 2023.$$

Phân tích. C là tích của các số lẻ liên tiếp từ 15 đến 2023.

Đây là một bài toán khá dễ nếu áp dụng tính chất: Tích một số có chữ số tận cùng là 5 với một số lẻ có tận cùng là 5.

Lời giải.

Áp dụng tính chất: Tích một số có chữ số tận cùng là 5 với một số lẻ có tận cùng là 5.
Vậy C có tận cùng là 5.

2.1.2.2. Tích có chữ số tận cùng là các chữ số 0

Bài toán 1. Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0

$$10 \times 11 \times 12 \times 13 \times \cdots \times 23 \times 24 \times 25.$$

Lời giải.

- Tích đã cho có thừa số 10, 15 và 20, hai thừa số này khi nhân với các số chia hết cho 2 như là 12, 14 thì cho 1 chữ số 0 tận cùng ở tích.
- Thừa số 25 khi nhân với các số chia hết cho 4 là 16 thì cho 2 chữ số 0 tận cùng ở tích.
- Các thừa số số khác không tạo được chữ số 0 tận cùng ở tích.

Vậy tích đã cho có $3 + 2 = 5$ chữ số 0 ở tận cùng.
Nhận xét. Khi giải bải toán trên ta có các lưu ý sau

- Số thừa số khi nhân với một số chia hết cho 2 thì cho 1 chữ số 0, số thừa số khi nhân với một số chia hết cho 4 thì cho 2 chữ số 0.
- Trong tích, số thừa số chia hết cho 5 có bằng với số thừa số chia hết cho 2 hay không, hay số thừa số chia hết cho 25 có bằng số thừa số chia hết cho 4 hay không? Nếu chúng không bằng nhau thì số chữ số 0 trong tích bằng với số thừa số ít hơn.
  Ta chú ý rằng trong tích các số tự nhiên liên tiếp thì số thừa số chia hết cho 2 luôn lớn hơn số thừa số chia hết cho 5 và số thừa số chia hết cho 4 luôn lớn hơn số thừa số chia hết cho 25 nên đối với dạng này thì số chữ số 0 tận cùng ở tích chỉ phụ thuộc vào số thừa số chia hết cho 5 và 25.

Trong các bài toán với số thừa số là có thể liệt kê rành mạch được thì việc tính toán khá đơn giản, sau đây ta xét các bài toán với số lượng thừa số lớn nên việc liệt kê từng thừa số là khó khăn.

Bài toán 2. Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0

$$1 \times 2 \times 3 \cdots \times 99 \times 100.$$

Lời giải.

Phân tích. Đây là bài toán mà các thừa số trong tích có số lượng lớn (100 thừa số), việc liệt kê các thừa số theo từng nhóm có thể thực hiện được nhưng khá dài dòng trong khi đó ta chỉ quan tâm đến số lượng từng nhóm thừa số.
Đối với bài toán này ta chia các thừa số chia hết cho 5 thành hai nhóm
Nhóm 1: Nhóm các thừa số chia hết cho 25.
Nhóm 2: Nhóm các thừa số chỉ chia hết cho 5 mà không chia hết cho 25.

Trong các số từ 1, 2 đến 100 có

- 16 thừa số chỉ chia hết cho 5 mà không chia hết cho 25 đó là 5, 10, ..., 95.
  Các thừa số này khi nhân với một số chia hết cho 2 thì cho 1 chữ số 0 tận cùng của tích.
- 4 thừa số chia hết cho 25 đó là 25, 50, 75, 100.
  Các thừa số này khi nhân với một số chia hết cho 4 thì cho 2 chữ số 0 tận cùng của tích.
- Các thừa số số khác không tạo được chữ số 0 tận cùng ở tích.

Vậy tích đã cho có $16 \times 1 + 4 \times 2 = 24$ tận cùng 24 chữ số 0.
Nhận xét. Ở bài toán trên ta đã chia các thừa số thành các nhóm chia hết cho 5 và chia hết cho 125, ta xét bài toán với các thừa số lớn hơn.

Bài toán 3. Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0

$$1 \times 2 \times 3 \cdots \times 2021 \times 2022.$$

Phân tích. Đây là bài toán mà tích có các thừa số khá lớn, ta chia các thừa số chia hết cho 5 thành 4 nhóm
Nhóm 1: Nhóm các thừa số chỉ chia hết cho 5, các thừa số nhóm này khi nhân với một số chẵn cho 1 chữ số 0 ở tận cùng.
Nhóm 2: Nhóm các thừa số chỉ chia hết cho 25, các thừa số nhóm này khi nhân với một số chia hết cho 4 cho 2 chữ số 0 ở tận cùng.
Nhóm 3: Nhóm các thừa số chỉ chia hết cho 125, các thừa số nhóm này khi nhân với một số chia hết cho 8 cho 3 chữ số 0 ở tận cùng.
Nhóm 3: Nhóm các thừa số chỉ chia hết cho 625, các thừa số nhóm này khi nhân với một số chia hết cho 16 cho 4 chữ số 0 ở tận cùng.

Lời giải.

- Từ 1 đến 2021 có 3 số chia hết cho $625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ đó là 625, 1250, 1875, các số này khi nhân với một thừa số chia hết cho 16 thì cho 4 chữ số 0 ở tích.

- Từ 1 đến 2021 có $16 - 3 = 13$ số chia hết cho $125 = 5 \times 5 \times 5$ nhưng không chia hết cho 625, các số này khi nhân với một thừa số chia hết cho 8 thì cho 3 chữ số 0 ở tích.

- Ta có $25 = 25 \times 1$, $2000 = 25 \times 80$ nên từ 1 đến 2021 có $80 - 16 = 64$ số chia hết cho 25 nhưng không chia hết cho 125.

- Ta có $5 = 5 \times 1$, $2020 = 5 \times 404$ nên từ 1 đến 2021 có $404 - 80 = 324$ số chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 25.

- Các thừa số số khác không tạo được chữ số 0 tận cùng ở tích.

Vậy tích $1 \times 2 \times \cdots \times 2021 \times 2022$ có

$$3 \times 4 + 13 \times 3 + 64 \times 2 + 324 \times 1 = 503 \text{ chữ số 0.}$$

2.1.3. Xác định số hạng thứ n của một dãy số cách đều

Đây là dạng Toán xác định một số hạng cũa dãy dựa vào số thứ tự của nó trong dãy, xét bài toán sau

Bài toán 1. Tìm số hạng thứ 50 của dãy số sau

a) 1, 4, 7, 10, ...

b) ...,...,..., 390, 395, 400 (biết dãy có 80 số hạng)

Phân tích. Đối với dạng Toán này, ta phải tìm được quy luật của dãy số từ đó suy ra được các số hạng của nó.
Ở câu a), ta có

$$\begin{aligned}
&4 = 1 + 3 \times 1 \ \left(\text{để ý 4 là số hạng thứ 2}\right),\\
&7 = 1 + 3 \times 2 \ \left(\text{để ý 7 là số hạng thứ 3}\right),\\
&10 = 1 + 3 \times 3 \ \left(\text{để ý 10 là số hạng thứ 4}\right),\\
&\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Dãy có quy luật là số hạng thứ n bằng 1 (số hạng đầu tiên)+ tích của 3 với $n - 1$, tức là chúng ta xác định số hạng thứ n qua số hạng đầu tiên.

Ở câu b), giả thiết lại cho các số hạng ở cuối dãy, cũng với các nhận xét tương tự về số hạng và số thứ tự của nó

$$\begin{aligned}
&400 = 5 \times 80 \ \left(\text{để ý } 400 \text{ là số hạng thứ } 80\right),\\
&395 = 5 \times 79 \ \left(\text{để ý } 395 \text{ là số hạng thứ } 79\right),\\
&390 = 5 \times 78 \ \left(\text{để ý } 390 \text{ là số hạng thứ } 78\right),\\
&\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Từ đó ta suy ra được ngay quy luật và tìm ra được số hạng thứ 50 là $5 \times 50 = 250$.
Việc xác định số hạng của dãy được xác định thông qua số thứ tự của nó trong dãy.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned}
&4 = 1 + 3 \times 1,\\
&7 = 1 + 3 \times 2,\\
&10 = 1 + 3 \times 3\\
&\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Vậy quy luật của dãy là Mỗi số hạng của dãy, kể từ số hạng thứ 2 trở đi bằng số hạng thứ nhất cộng với tích của 3 với số thứ tự của số hạng đó trừ đi 1.
Vậy số hạng thứ 50 của dãy là

$$1 + 3 \times (40 - 1) = 148.$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}
&400 = 5 \times 80,\\
&395 = 5 \times 79,\\
&390 = 5 \times 78,\\
&\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Quy luật của dãy đó là mỗi số hạng bằng số thứ tự của nó nhân với 5.
Vậy số hạng thứ 50 của dãy là

$$50 \cdot 5 = 250.$$

Bài toán 2. Tìm số hạng thứ 50 của dãy $\ldots, 2010, 2015, 2020$, biết dãy có 299 số hạng.

PHÂN TÍCH. Ta để ý một tính chất liên hệ giữa số hạng 2020 và số hạng 2010 như sau

- Dãy cách đều có khoảng cách là 5.
- Số hạng 2020 có số thứ tự là 299, số hạng 2010 có số thứ tự là 297.

Ta có một nhận xét sau

$$2020 - 2010 = 5 \times (299 - 297).$$

Tức là hiệu ai số hạng trong dãy cách đều bằng tích khoảng cách của dãy với hiệu hai số thứ tự của chúng.

LỜI GIẢI.

Gọi a là số hạng thứ 50 của dãy, ta có

$$2020 - a = 5 \times (299 - 50).$$

Suy ra $a = 2020 - 5 \times (299 - 50) = 775$.

Ta quay trở lại xét bài toán 1.

Thật vậy nếu dùng tính chất trên ta có số hạng thứ 50 của dãy 1, 4, 7, 10, ... là

$$1 + 3 \times (50 - 1) = 148.$$

Số hạng thứ 50 của dãy ...,...,..., 390, 395, 400 (biết dãy có 80 số hạng) là

$$400 - 5 \times (80 - 50) = 250.$$

2.2. Phát triển năng lực giải các bài toán có lời văn

Thông qua các bài toán có lời văn, sinh viên được rèn luyện và phát triển các năng lực giải toán là

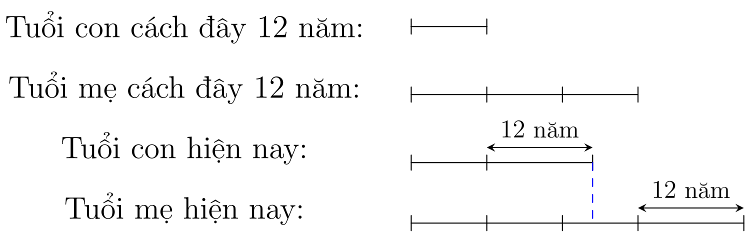
- *Năng lực tư duy và lập luận toán học:*
- *Năng lực mô hình hóa toán học:*

- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học.*
- *Năng lực giao tiếp toán học.*

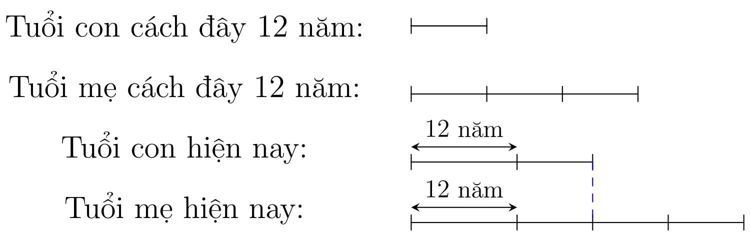
Các biện pháp phát triển các năng lực này sẽ được thể hiện cụ thể trong các bài toán sau

Bài toán 1. Năm nay mẹ gấp 2 lần tuổi con. Biết rằng 12 năm về trước mẹ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

PHÂN TÍCH. Nếu theo thói quen thông thường khi giải bài toán dạng này sinh viên sẽ giải bài toán theo cách vẽ sơ đồ sơ đồ biểu diễn số tuổi của mỗi người như sau

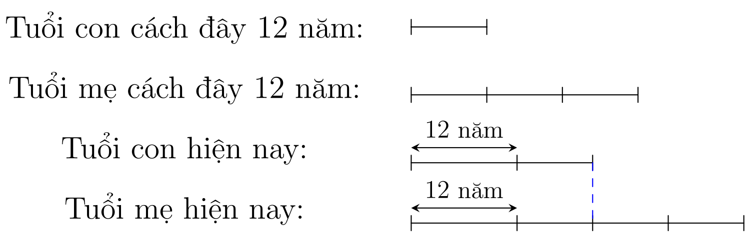


Đến đây việc đánh giá sơ đồ từ đó suy ra số tuổi của mỗi người là khá khó khăn. Tuy nhiên nếu khéo léo trong việc vẽ sơ đồ số tuổi của mỗi người thì ta sẽ có ngay lời giải bài toán.
Ta xem xét cách vẽ sơ đồ sơ đồ biểu diễn số tuổi của mỗi người như sau



Từ sơ đồ, ta kết hợp với giả thiết năm nay tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con, ta suy ra được một phần tuổi con bằng 12 tuổi.
Tuổi con hiện nay chiếm 2 phần nên số tuổi của con là $12 \cdot 2 = 24$ (tuổi).
Vậy lời giải bài toán như sau

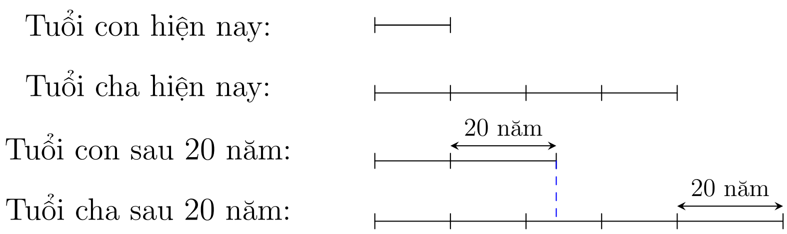
LỜI GIẢI.
Ta có sơ đồ sơ đồ biểu diễn số tuổi của mỗi người như sau



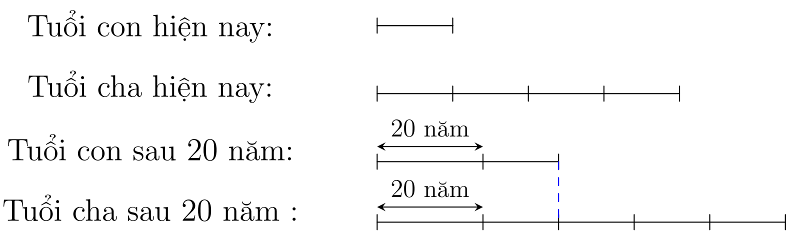
Từ sơ đồ ta thấy tuổi con cách đây 12 năm bằng 12.
Vậy tuổi con hiện nay bằng 24 tuổi, tuổi mẹ bằng 48 tuổi.
Ta xét bài toán với dạng tương tự như sau

Bài toán 2. Năm nay tuổi cha gấp 4 lần tuổi con. Sau 20 năm nữa, tuổi cha gấp đôi tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

PHÂN TÍCH. Với cách vẽ sơ đồ theo thói quen thông thường



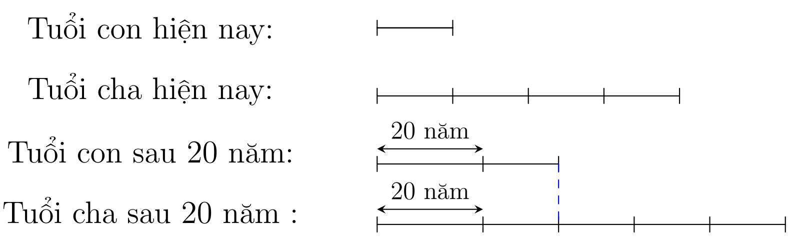
Sinh viên cũng rất khó khăn trong việc nhận xét sơ đồ để có lời giải bài toán. Cũng tương tự như bài 1 ta vẽ sơ đồ theo cách sau



Theo giả thiết bài toán là sau 20 năm nữa tuổi cha gấp đôi tuổi con nên ta suy ra được rằng 20 năm tương ứng với 2 phần tuổi con.
Khi đó ta có ngay lời giải bài toán

LỜI GIẢI.

Ta có sơ đồ biểu diễn số tuổi của mỗi người như sau



Tuổi con hiện nay là

$$(20 : 2) \times 1 = 10 \text{ (tuổi).}$$

Tuổi con hiện nay là

$$(20 : 2) \times 4 = 40 \text{ (tuổi).}$$

Tuy nhiên, đối với các bài toán dạng này, chúng ta có thể giải quyết bài toán theo hướng sử dụng hiệu số tuổi của hai người trong mọi thời điểm là không đổi.
Ta vẫn xét hai bài toán trên

Bài toán 3. Năm nay tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con. Biết rằng 12 năm về trước tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Lời giải.

Phân tích. Chúng ta thấy rằng, hiện nay tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi con nên hiệu số tuổi của hai người bằng tuổi con hiện nay.
12 năm về trước thì tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con nên hiệu số tuổi của hai người gấp 2 lần tuổi con lúc đó.
Như vậy, tuổi con hiện nay gấp 2 lần tuổi con 12 năm về trước. Bài toán trở về bài toán hiệu tỉ.

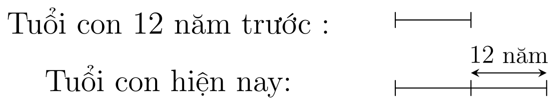
Gọi tuổi con hiện nay là một phần thì tuổi mẹ hiện nay là 2 phần. Năm nay mẹ hơn con là

$$2 - 1 = 1 \text{ (lần tuổi con hiện nay).}$$

Gọi tuổi con 12 năm trước là một phần thì tuổi mẹ hiện nay là 3 phần. Năm nay mẹ hơn con là

$$3 - 1 = 2 \text{ (lần tuổi con 12 năm trước).}$$

Do hiệu số tuổi giữa mẹ và con là không đổi nên tuổi con hiện nay bằng 2 lần tuổi con 12 năm trước.
Ta có sơ đồ sau



Vậy tuổi con hiện nay là

$$2 \times 12 = 24 \text{ (tuổi).}$$

Vậy tuổi mẹ hiện nay là

$$24 \times 2 = 48 \text{ (tuổi).}$$

Bài toán 4. Năm nay tuổi cha gấp 4 lần tuổi con. Sau 20 năm nữa, tuổi cha gấp đôi tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Lời giải.

Phân tích. Với các giải tương tự bài trên ta có lời giải bài toán như sau

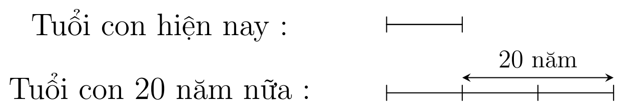
Gọi tuổi con hiện nay là một phần thì tuổi cha hiện nay là 4 phần. Năm nay mẹ hơn con là

$$4 - 1 = 3 \text{ (lần tuổi con hiện nay).}$$

Gọi tuổi con 20 năm nữa là một phần thì tuổi cha là 2 phần. Lúc này tuổi cha hơn con là

$$2 - 1 = 1 \text{ (lần tuổi con 20 năm nữa).}$$

Do hiệu số tuổi giữa cha và con là không đổi nên tuổi con 20 năm nữa bằng 3 lần tuổi con hiện nay.
Ta có sơ đồ sau



Vậy tuổi con hiện nay là

$$(20 : 2) \times 1 = 10 \text{ (tuổi).}$$

Vậy tuổi cha hiện nay là

$$10 \times 4 = 40 \text{ (tuổi).}$$

Bài toán 5. Tuổi cô năm nay gấp 7,5 lần tuổi Hoa. Mười sáu năm sau tuổi cô gấp 2,3 lần tuổi Hoa. Tính tuổi mỗi người khi tuổi cô gấp 3 lần tuổi Hoa.

Lời giải.

Phân tích. Bài toán trên cũng thuộc dạng tìm số tuổi của hai người ở các thời điểm khác nhau với các số thập phân. Đối với bài toán dạng này chúng ta cũng có thể giải bằng phương pháp sơ đồ bằng cách chuyển số thập phân về dạng phân số, tuy nhiên điều này không phải lúc nào cũng dễ dàng. Với bài toán dạng này thì cách làm dùng hiệu số tuổi là dễ dàng hơn cả.

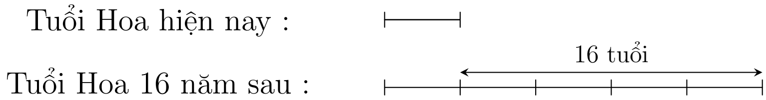
Gọi số tuổi của Hoa năm nay là 1 phần thì tuổi cô hiện nay là 7,5 phần. Hiện nay tuổi cô hơn tuổi Hoa

$$7{,}5 - 1 = 6{,}5 \text{ phần.}$$

Gọi số tuổi của Hoa mười sáu năm sau là 1 phần thì tuổi cô là 2,3 phần. Lúc này tuổi cô hơn tuổi Hoa

$$2{,}3 - 1 = 1{,}3 \text{ phần}.$$

Do hiệu số tuổi của cô và Hoa là không đổi nên tuổi của Hoa mười sáu năm sau hơn gấp $6{,}5 : 1{,}3 = 5$ lần tuổi Hoa hiện nay.
Ta có sơ đồ sau



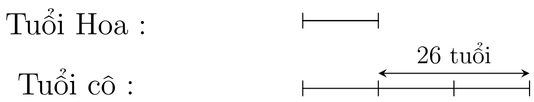
Vậy tuổi Hoa hiện nay là

$$(16 : 4) \times 1 = 4 \text{ (tuổi)}.$$

Vậy tuổi cô hiện nay là

$$4 \times 7{,}5 = 30 \text{ (tuổi)}.$$

Hiệu số tuổi của cô và Hoa là $30 - 4 = 26$ (tuổi).
Sơ đồ biểu diễn tuổi Hoa và cô khi tuổi cô gấp 3 lần tuổi Hoa là



Tuổi Hoa khi tuổi cô gấp 3 lần tuổi Hoa là

$$(26 : 2) \times 1 = 13 \text{ (tuổi)}.$$

Tuổi cô lúc này là

$$13 \times 3 = 39 \text{ (tuổi)}.$$

2.3. Phát triển năng lực giải các bài toán có nội dung hình học

Thông qua các bài toán có có nội dung hình học, sinh viên được rèn luyện và phát triển các năng lực giải toán là

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học:*

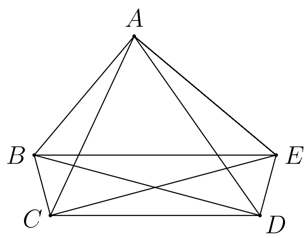
- *Năng lực mô hình hóa toán học:*
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học.*
- *Năng lực giao tiếp toán học.*

Các biện pháp phát triển các năng lực này sẽ được thể hiện cụ thể trong các bài toán sau

Bài toán 1. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Khi nối 5 điểm đó với nhau ta được bao nhiêu đoạn thẳng?

PHÂN TÍCH. Đây là dạng toán xác định số đoạn thẳng lập được từ các điểm cho trước. Một bài toán khá đơn giản với số điểm cho trước chỉ là 5 điểm.
Bằng phương pháp vẽ hình và liệt kê ta tìm được ngay số đoạn thẳng.

LỜI GIẢI.



- Số đoạn thẳng có chung đầu mút A là: AB, AC, AD, AE.
- Số đoạn thẳng có chung đầu mút B là: BA, BC, BD, BE.
- Số đoạn thẳng có chung đầu mút C là: CA, CB, CD, CE.
- Số đoạn thẳng có chung đầu mút D là: DA, DB, DC, DE.

Vậy số đoạn thẳng có được khi nối các điểm đó với nhau là 10 (đoạn) (mỗi đoạn thẳng chỉ tính một lần).
Nhận xét. Phương pháp liệt kê và đếm trên hình vẽ là phương pháp trực quan và dễ hiểu nhất, tuy nhiên phương pháp này sẽ gặp khó khăn khi giải quyết các bài toán với số lượng điểm lớn.

Ta xét bài toán với số điểm là 20.

Bài toán 2. Cho 20 điểm A_1, A_2, A_3, A_4, $\cdots$, A_{20}. Khi nối 20 điểm đó với nhau ta được bao nhiêu đoạn thẳng?

LỜI GIẢI.

PHÂN TÍCH. Để giải bài toán dạng này có một số phương pháp giải đã được đề cập đến trong [6]. Nhóm tác giả xin đề cập đến một cách giải được dựa trên việc coi việc mỗi đoạn thẳng được tạo thành từ hai điểm tương đương với cách lập số có hai chữ số khác nhau từ 20 chữ số.

Gọi XY là đoạn thẳng có được khi nối 20 điểm đã cho với nhau.
Ta có

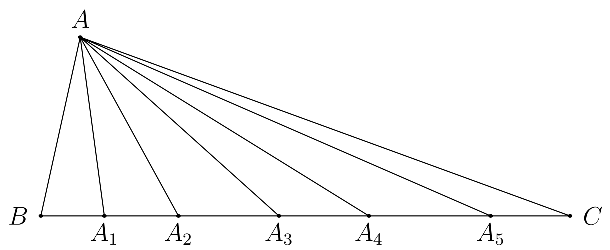
- X có 20 cách chọn trong các điểm A_1, A_2, $\ldots$, A_{19}, A_{20}.
- Y có 4 cách chọn trong các điểm A_1, A_2, $\ldots$, A_{19}, A_{20}. trừ điểm X.

Mặt khác mỗi đoạn thẳng tạo thành lại được tính 2 lần. Ví dụ: A_1A_2, A_2A_1.
Vậy số đoạn thẳng có được khi nối các điểm đó với nhau là

$$(20 \times 19) \div 2 = 190 \text{ (đoạn)}.$$

Bài toán 3. Cho tam giác ABC, trên cạnh đáy BC ta lấy 5 điểm. Nối A với các điểm vừa chọn. Hỏi trên hình vẽ có bao nhiêu tam giác được tạo thành?

Lời giải.



- Các tam giác cạnh chung AB là ABA_1, ABA_2, ABA_3, ABA_4, ABA_5, ABC.
- Các tam giác cạnh chung AA_1 là AA_1B, AA_1A_2, AA_1A_3, AA_1A_4, AA_1A_5, AA_1C.
- Các tam giác cạnh chung AA_2 là ABA_2, AA_1A_2, AA_2A_3, AA_2A_4, AA_2A_5, AA_2C.
- Các tam giác cạnh chung AA_3 là AA_3B,AA_3A_1, AA_3A_2, AA_3A_4, AA_3A_5, AA_3A_6, AA_3C.
- Các tam giác cạnh chung AA_4 là AA_4B, AA_4A_1,AA_4A_2, AA_4A_3, AA_4A_5, AA_4A_6, AA_4C.

- Các tam giác cạnh chung AA_5 là AA_5B, AA_5A_1,AA_5A_2, AA_5A_3, AA_5A_4, AA_5A_6, AA_5C.
- Các tam giác cạnh chung AA_6 là AA_6B, AA_6A_1,AA_6A_2, AA_6A_3, AA_6A_4,AA_6A_5, AA_6C.

Vậy có $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ tam giác (mỗi tam giác chỉ tính một lần).
Nhận xét. Như vậy đối với bài toán trên ta cũng dùng phương pháp vẽ hình rồi liệt kê các tam giác. Việc liệt kê các tam giác này không quá khó khăn do số lượng cũng không quá nhiều. Tuy nhiên cũng giống như bài toán 2 ta có thể dùng Quy tắc nhân để giải bài toán dạng này.

Gọi AXY là tam giác đỉnh A và các đỉnh X, Y là các đỉnh được tạo thành từ các điểm trên cạnh BC.

- Đỉnh X có thể là các điểm B,A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,C.
- Đỉnh Y có thể là các điểm B,A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,C, trừ đỉnh X.

Do đó, có $7 \times 6 = 42$ tam giác thế nhưng mỗi tam giác đã được tính 2 lần.
Ví dụ: ABA_1 và AA_1B.
Vậy số tam giác có trên hình là $42 : 2 = 21$ tam giác.

Bài toán 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Khi nối 5 điểm đó với nhau ta được bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm đã cho?

Lời giải.

- Các tam giác có cạnh AB là ABC, ABD, ABE.
- Các tam giác có cạnh AC là ACD, ACE.
- Các tam giác có cạnh AD là ADE.
- Các tam giác có cạnh BC là BCD, BCE
- Các tam giác có cạnh BD là BDE.
- Các tam giác có cạnh CD là CDE.

Vậy có 10 tam giác tạo thành từ các điểm đã cho.
Tương tự như bài toán trên ta cũng có thể làm theo phương pháp sau Gọi XYZ là tam giác tạo thành từ các điểm đã cho.

- X có 5 cách chọn.
- Y có 4 cách chọn.
- Z có 3 cách chọn.

Mà một tam giác được tính 6 lần ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Vậy có $(5 \times 4 \times 3) : 6 = 10$ tam giác tạo thành từ các điểm đã cho.

Bài toán 5. Cho 100 điểm $A_1, A_2, A_3, A_4, \cdots, A_{100}$ trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Khi nối 100 điểm đó với nhau ta được bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm đã cho?

PHÂN TÍCH. Đây là bài toán với số điểm rất lớn, phương pháp liệt kê không áp dụng được.
Tuy nhiên nếu chúng ta sử dụng phương pháp giống các bài toán trước thì rất dễ dàng giải quyết bài toán

LỜI GIẢI.
Gọi XYZ là tam giác tạo thành từ các điểm đã cho.

- X có 100 cách chọn.
- Y có 99 cách chọn.
- Z có 98 cách chọn.

Mà một tam giác được tính 6 lần ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Vậy có $(100 \times 99 \times 98) : 6 = 161700$ tam giác tạo thành từ các điểm đã cho.

2.4. Phát triển năng lực giải các bài toán về suy luận logic

Thông qua các bài toán về suy luận logic, sinh viên được rèn luyện và phát triển các năng lực giải toán là

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học:*
- *Năng lực mô hình hóa toán học:*
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học.*
- *Năng lực giao tiếp toán học.*

Các biện pháp phát triển các năng lực này sẽ được thể hiện cụ thể trong các bài toán trong từng dạng, trong từng phương pháp khác nhau

2.4.1. Phương pháp lập bảng

Các bài toán giải bằng phương pháp lập bảng thường xuất hiện hai nhóm đối tượng (chẳng hạn tên người và nghề nghiệp, hoặc vận động viên và giải thưởng, hoặc tên sách và màu bìa,...). Khi giải ta thiết lập một bảng gồm các hàng và các cột. Các cột ta liệt kê các đối tượng thuộc nhóm thứ nhất, còn các hàng ta liệt kê các đối tượng thuộc nhóm thứ hai.

Dựa vào điều kiện trong đề bài ta loại bỏ dần (ghi số 0) các ô (là giao của mỗi hàng và mỗi cột). Những ô còn lại (không bị loại bỏ) là kết quả của bài toán.

Bài toán 1. Ba người thợ hàn, thợ tiện và thợ điện đang ngồi trò chuyện trong giờ nghỉ giải lao. Người thợ hàn nhận xét:
– Ba ta làm nghề trùng với tên của ba chúng ta, nhưng không ai làm nghề trùng với tên của mình cả.
Bác Điện hưởng ứng:
– Bác nói đúng.
Bạn hãy cho biết tên và nghề nghiệp của mỗi người thợ đó.

Lời giải.
Ta thiết lập bảng sau

Nghề nghiệp / Tên người	Hàn	Tiện	Điện
Hàn	0 1	2	× 3
Tiện	× 4	0 5	6
Điện	0 7	× 8	0 9

Theo đề bài, không ai có tên trùng với nghề của mình, cho nên ta ghi số 0 vào các ô 1, 5 và 9. Bác Điện hưởng ứng nhận xét của bác thợ hàn nên bác Điện không làm nghề hàn. Ta ghi số 0 vào ô số 7.
- Nhìn cột 2 ta thấy bác thợ hàn không tên là Hàn, không tên là Điện. Vậy bác thợ hàn tên là Tiện. Ta đánh dấu × vào ô số 4.
- Nhận hàng 4 ta thấy bác Điện không làm nghề hàn cũng không làm nghề điện. Vậy bác làm nghề tiện. Ta đánh dấu × vào ô số 8.

- Nhìn hàng 2 và ô 8 tạ thấy bác Hàn không làm nghề hàn, cũng không làm nghề tiện. Vậy bác làm nghề điện. Đánh dấu × vào ô số 3.
Kết luận: Bác Hàn làm thợ điện. Bác Tiện làm thợ hàn, bác Điện làm thợ tiện.

Bài toán 2. Trên bàn là ba cuốn sách giáo khoa: Văn, Toán và Địa lý được bọc ba màu khác nhau: xanh, đỏ, vàng. Cho biết cuốn bọc bìa màu đỏ đặt giữa hai cuốn Văn và Địa lý, cuốn Địa lý và cuốn màu xanh mua cùng một ngày. Bạn hãy xác định mỗi cuốn sách đã bọc bìa màu gì?

Lời giải.
Ta có bảng sau

Tên sách / Màu bìa	Văn	Toán	Địa
xanh	× 1	2	0 3
đỏ	0 4	× 5	0 6
vàng	7	8	× 9

Theo đề bài "cuốn bìa màu đỏ đặt giữa hai cuốn Văn và Địa lý". Vậy cuốn sách Văn và Địa lý đều không bọc màu đỏ cho nên cuốn Toán phải bọc màu đỏ. Ta ghi số 0 vào ô 4 và 6, đánh dấu × vào ô 5.
Mặt khác, "cuốn Địa lý và cuốn màu xanh mua cùng ngày". Điều đó có nghĩa rằng cuốn Địa lý không bọc màu xanh. Ta ghi số 0 vào ô 3.
Nhìn cột thứ tư ta thấy cuốn Địa lý không bọc màu xanh, cũng không bọc màu đỏ. Vậy cuốn Địa lý bọc màu vàng. Ta đánh dấu × vào ô 9.
Nhìn vào cột 2 và ô 9 ta thấy cuốn Văn không bọc màu đỏ, cũng không bọc màu vàng. Vậy cuốn Văn bọc màu xanh. Ta đánh dấu × vào ô 1.
Kết luận: Cuốn Văn bọc màu xanh, cuốn Toán học màu đỏ, cuốn Địa lý bọc màu vàng.

2.4.2. Phương pháp suy luận đơn giản

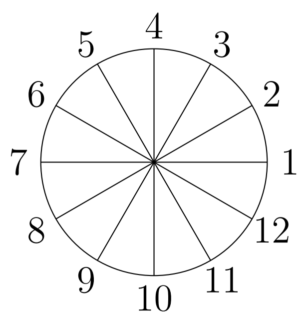
Suy luận đơn giản là phép suy luận không dùng công cụ của logic mệnh đề. Dưới đây ta xét một số ví dụ minh họa cho phương pháp giải này.

Bài toán 3. Một hôm anh Quang mang quyển album ra giới thiệu với mọi người. Cường chỉ vào một người đàng ông trong ảnh và hỏi anh Quang: "Người đàn ông này có quan hệ thế nào với anh?". Anh Quang trả lời: "Bà nội của chị gái vợ anh ấy là chị gái của bà nội vợ tôi".
Bạn hãy cho biết anh Quang và người đàn ông ấy quan hệ thế nào với nhau?

Lời giải.
Bà nội của chị gái vợ anh ấy cũng chính là bà nội của vợ anh ấy. Bà nội của vợ anh ấy là chị gái của bà nội vợ anh Quang. Vậy vợ anh ấy và vợ anh Quang là hai chị em con dì con già. Suy ra anh Quang và người đàn ông ấy là hai anh em rể họ.

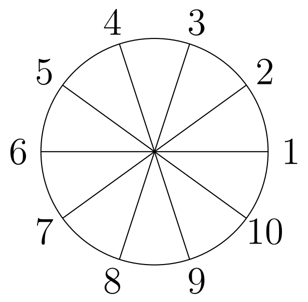
Bài toán 4. Trong một giờ ngoại khóa, thầy giáo gọi 6 em nam và 6 em nữ ra sân và giao cho lớp trưởng nhiệm vụ tập hợp các bạn đứng thành vòng tròn sao cho không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nau và đối diện với một bạn nữ qua tâm vòng tròn là một bạn nam. Suy nghĩ một lát, lớp trưởng trả lời: "Thưa Thầy, không thể xếp như vậy!". Bạn lớp phó học tập tiếp luôn: "Nhưng nếu bớt đi một bạn nam và một bạn nữ hoặc thêm một bạn nam và một bạn nữ thì xếp được thưa Thầy!".
Bạn hãy cho biết hai bạn nói đúng hay sai, giải thích tại sao?

Lời giải.
Ta chia đường tròn thành 12 phần đều nhau như hình vẽ. Ta đánh số các điểm chia theo thứ tự từ 1 đến 12.



Để hai bạn nữ không đứng cạnh nhau ta phải xếp các bạn nữ vào đứng ở các điểm ghi số lẻ, các bạn nam đứng ở các điểm ghi số chẵn (hoặc ngược lại).
Nhìn trên hình vẽ ta thấy đối diện với một bạn mang số lẻ qua tâm đường tròn cũng là một bạn mang số lẻ và đối diện với một bạn mang số chẵn qua tâm đường tròn là một bạn mang số chẵn. Như vậy, đối diện với một bạn nữ qua tâm đường tròn là một bạn nữ (chứ không thể là nam).

Giả sử bớt đi một bạn nam và một bạn nữ.
Ta chia vòng tròn thành 10 phần bằng nhau như hình vẽ. Ta đánh số các điểm chia theo thứ tự từ 1 đến 10.
Ta xếp các bạn nữ vào các điểm chia mang số lẻ và các bạn nam vào các điểm chia mang số chẵn (hoặc ngược lại). Nhìn trên hình ta thấy đối diện với một bạn mang số lẻ trên đường tròn là một bạn mang số chẵn. Như vậy đối diện với một bạn nữ qua tâm vòng tròn là một bạn nam và không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau.
Tương tự, trong trường hợp thêm một nam và một nữ.
Vậy hai bạn đó nói đúng.



Bài toán 5. Một đoàn du khách trên đường đi thăm rừng Cúc Phương. Đến một ngã ba đường họ đang không biết rẽ lối nào thì nhìn thấy hai chú bé chăn trâu bên cạnh đường. Họ được nghe mọi người lưu ý từ trước rằng, trong hai cậu có một cậu chuyên nói thật còn cậu thứ hai chuyên nói dối. Khi được hỏi, các cậu chỉ trả lời: "Đúng" hoặc "Không". Nhưng mọi người không biết cậu nào nói thật và cậu nào nói dối.

1. Một người lại gần và đặt hai câu hỏi cho một trong hai cậu bé. Sau khi nghe trả lời ông ta xác định được đường nào đi rừng Cúc Phương.

2. Lát sau một cô gái khác chỉ hỏi một trong hai cậu bé một câu. Sau khi nghe trả lời, cô cũng biết lối nào đi rừng Cúc Phương.

Bạn hãy cho biết các câu hỏi đó thế nào?

Lời giải.

Phân tích.

1. Để bằng hai câu hỏi cho một cậu bé người đó xác định được lối nào đi rừng Cúc Phương thì người đó dùng câu hỏi thứ nhất để xác định em đó là nói thật hay nói dối. Dựa vào đó, dùng câu hỏi thứ hai để xác định lối nào đi rừng Cúc Phương.

2. Để bằng một câu hỏi cho một cậu bé, cô gái xác định được lối nào đi rừng Cúc Phương thì câu hỏi cần hỏi về một trong hai con đường có đi

rừng Cúc Phương hay không và câu trả lời nhận được không phụ thuộc vào cậu bé đó nói thật hay nói dối.

1. Trước hết người đó chỉ vào con trâu và hỏi một trong hai cậu bé: "Đây là con trâu có phải không?".
    - **Trường hợp 1:** Cậu bé trả lời "Đúng" thì cậu đó nói thật. Khi đó du khách chỉ vào một trong hai con đường và hỏi tiếp: "Có phải lối này đi rừng Cúc Phương hay không?". Nếu cậu bé trả lời là "Đúng" thì lối đó đi rừng Cúc Phương, nếu cậu bé trả lời là "Không" thì lối thứ hai đi rừng Cúc Phương.
    - **Trường hợp 2:** Câu bé trả lời là "Không" thì cậu đó nói dối. Sau đó đặt tiếp câu hỏi như trên. Trong trường hợp này, nếu cậu bé trả lời là "Đúng" thì lối thứ hai đi rừng Cúc Phương và ngược lại.
2. Cô gái chỉ vào một trong hai con đường và hỏi một trong hai cậu bé: "Nếu tôi hỏi bạn cậu lối này có đi rừng Cúc Phương không thì bạn cậu trả lời thế nào?"
    - **Trường hợp 1:** Lối đó đi rừng Cúc Phương. Nếu cậu bé được hỏi là người nói thật (cậu thứ hai là người nói dối) thì câu trả lời là "Không". Nếu cậu bé được hỏi là người nói dối (cậu thứ hai là người nói thật) thì câu trả lời cũng là "Không".
    - **Trường hợp 2:** Lối đó không đi rừng Cúc Phương. Lập luận như trong trường hợp 1 ta nhận được câu trả lời luôn luôn là "Đúng" (cho dù cậu bé được hỏi là người nói thật hay người nói dối).

Qua phân tích trên đây ta thấy: nếu câu trả lời là "Không" thì lối đó đi rừng Cúc Phương. Ngược lại, nếu câu trả lời là "Đúng" thì lối đó không đi rừng Cúc Phương.

2.4.3. Phương pháp lựa chọn tình huống

Bài toán 6. Tổ Toán của một trường tiểu học có năm người: thầy Hùng, thầy Quân, cô Vân, cô Hạnh và cô Cúc. Kỳ nghỉ hè cả tổ được hai phiếu đi nghỉ mát. Mọi người đều nhường nhau, thầy hiệu trưởng đề nghị mỗi người đề xuất một ý kiến. Kết quả như sau:

1. Thầy Hùng và thầy Quân đi;
2. Thầy Hùng và cô Vân đi;

3. Thầy Quân và cô Hạnh đi;
4. Cô Cúc và cô Hạnh đi;
5. Thầy Hùng và cô Hạnh đi.

Cuối cùng thầy hiệu trưởng quyết định chọn đề nghị của cô Cúc, vì theo đề nghị đó thì mỗi đề nghị đều thỏa mãn một phần và bác bỏ một phần. Bạn hãy cho biết ai đã đi nghỉ mát trong kỳ nghỉ hè đó?

Lời giải.

Phân tích. Để chọn được đề nghị thỏa mãn yêu cầu của đề bài ta lần lượt xét đề nghị của từng người. Sẽ có hai khả năng xảy ra:

- Có một trong bốn đề nghị còn lại bị bác bỏ hoàn toàn. Trường hợp này ta loại bỏ đề nghị đó.
- Không có đề nghị nào trong bốn đề nghị còn lại bị bác bỏ hoàn toàn. Trường hợp này ta chọn đề nghị đó.

Ta nhận xét:

- Nếu chọn đề nghị thứ nhất thì đề nghị thứ tư bị bác bỏ hoàn toàn. Vậy không thể chọn đề nghị thứ nhất và thứ tư.
- Nếu chọn đề nghị thứ hai thì đề nghị thứ ba bị bác bỏ hoàn toàn. Vậy không thể chọn đề nghị thứ hai và thứ ba.
- Nếu chọn đề nghị thứ năm thì mỗi đề nghị trong bốn đề nghị còn lại đều thỏa mãn một phần và bác bỏ một phần.

Vậy kì nghỉ hè năm đó thầy Hùng và cô Hạnh đi nghỉ mát.

Bài toán 7. Sau giờ tập luyện buổi sáng đội tuyển thể thao rủ nhau vào quán ăn trưa. Thực đơn của quán có tám món: gà luộc, nem rán, chim quay, đậu rán, bò xào, cá rán, ốc xào măng và canh chua. Toàn đội thống nhất sẽ gọi ba món trong thực đơn cho bữa ăn. Nguyện vọng của các cầu thủ chia ra thành năm nhóm như sau:
Nhóm 1: Gà luộc, nem rán và chim quay.
Nhóm 2: Đậu rán, bò xào và cá rán.
Nhóm 3: Bò xào, cá rán và ốc xào măng.
Nhóm 4: Nem rán, ốc xào măng và canh chua.

Nhóm 5: Gà luộc, bò xào và canh chua.
Cuối cùng toàn đội đồng ý với thực đơn của đội trưởng đã chọn, vì theo thực đơn đó mỗi nhóm đều có ít nhất một món mà mình ưa thích. Hỏi toàn đội hôm đó đã ăn những món gì?

Lời giải.
Ta nhận xét:

- Nếu chọn thực đơn của nhóm 1 thì cả nhóm hai và ba đều không có món nào mà mình ưa thích. Vậy không thể chọn thực đơn của ba nhóm đầu.
- Nếu chọn thực đơn của nhóm bốn thì nhóm hai không có món nào mà mình ưa thích. Vậy không thể chọn thực đơn của nhóm bốn.
- Nếu chọn thực đơn của nhóm năm thì mỗi nhóm trong bốn nhóm còn lại đều cố ít nhất một món mà mình ưa thích.

Vậy bữa trưa hôm đó toàn đội đã chọn thực đơn gốm ba món: gà luộc, bò xào và canh chua.

Bài toán 8. Năm bạn Anh, Bình, Cúc, Doan, An quê ở năm tỉnh: Bắc Ninh, Hà Tây, Cần Thơ, Nghệ An, Tiền Giang. Khi được hỏi quê ở tỉnh nào, các bạn trả lời như sau:

Anh: Tôi quê ở Bắc Ninh, còn Doan ở Nghệ An.
Bình: Tôi cũng quê ở Bắc Ninh, còn Cúc ở Tiền Giang.
Cúc: Tôi cũng quê ở Bắc Ninh, còn Doan ở Hà Tây.
Doan: Tôi quê ở Nghệ An, còn An ở Cần Thơ.
An: Tôi quê ở Cần Thơ, còn Anh ở Hà Tây.

Nếu không bạn nào trả lời sai hoàn toàn thì quê của mỗi bạn ở tỉnh nào?

Lời giải.
Phân tích.
- Trước hết ta cần hiểu "không bạn nào trả lời sai hoàn toàn" nghĩa là gì?
Mỗi câu trả lời đều nói về quê quán của hai người. Nếu câu trả lời sai hoàn toàn thì có nghĩa là quê của cả hai người đó đều không ở hai tỉnh đó. Vậy câu trả lời không sai hoàn toàn có nghĩa là một trong hai người hoặc cả hai người có quê ở hai tỉnh đó.
Chẳng hạn, câu trả lời của Anh không sai hoàn toàn có nghĩa là: hoặc Anh quê ở Bắc Ninh còn quê của Doan không ở Nghệ An hoặc quê của

Anh không ở Bắc Ninh còn Doan quê ở Nghệ An hoặc Anh quê ở Bắc Ninh và Doan quê ở Nghệ An.

- Để xác định quê quán của mỗi bạn, ta lần lượt xét câu trả lời của mỗi người. Mỗi câu trả lời nói về quê quán của hai người. Ta lần lượt xét các trường hợp sau:
    - Quê của người thứ nhất trong câu trả lời là đúng. Bằng suy luận ta xét các câu trả lời của bốn người còn lại. Nếu không có câu nào sai hoàn toàn thì ta xác định được quê của người đó. Tiếp đó ta xác định quê của bốn người còn lại. Nếu có một câu trả lời (trong bốn câu còn lại) bị sai hoàn toàn thì quê của người thứ nhất trong câu trả lời không ở tỉnh đó. Vậy quê của người thứ hai trong câu trả lời là đúng. Tiếp đó ta tìm quê của bốn người còn lại.
    - Quê của người thứ nhất trong câu trả lời là sai. Vậy quê của người thứ hai trong câu trả lời là đúng. Ta xác định được quê của người này. Tiếp đó ta xác định quê của bốn người còn lại.

Giả sử Anh quê ở Bắc Ninh thế thì quê của Bình và Cúc đều không ở Bắc Ninh. Vậy theo Bình thì Cúc quê ở Tiền Giang và theo Cúc thì Doan quê ở Hà Tây. Vì Anh quê ở Bắc Ninh nên quê của Anh không ở Hà Tây. Vậy theo An thì An quê ở Cần Thơ. Cuối cùng còn Bình quê ở Nghệ An (vì bốn bạn kia có quê ở bốn tỉnh còn lại rồi).

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Đề tài đã nghiên cứu cơ sở lý luận của năng lực, năng lực toán học và giải toán để từ đó đề ra một số biện pháp phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học thông qua một số dạng Toán tiểu học.

Đề tài đã phân tích cho sinh viên bản chất của một số dạng Toán nâng cao trong chương trình Toán Tiểu học giúp nâng cao khả năng giải một số dạng Toán của sinh viên.

Đề tài đã trình bày, tổng hợp, phân tích được một số kết quả sau

- Các khái niệm về năng lực, năng lực Toán học và năng lực giải toán.
- Nêu ra được một số biện pháp để phát triển năng lực giải toán cho sinh viên thông qua một số dang toán Tiểu học nâng cao như
    1. Dạng Toán về số và dãy số: qua các bài toán về nhận dạng số tự nhiên, các bài toán về tận cùng của một tích
    2. Dạng Toán liên qua đến các bài toán có lời văn: một dạng Toán tính tuổi thường gây khó khăn cho sinh viên trong khi giải.
    3. Dạng toán có nội dung hình học.
    4. Dạng toán về suy luận logic.

Thông qua việc phân tích, định hướng, so sánh lời giải ở mỗi bài toán góp phần trang bị cho sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học nói chung và sinh viên ngành Giáo dục Tiểu học Đại học Hoa Lư nói chung hành trang kiến thức để trở thành một người giáo viên giỏi trong tương lai. Trong đề tài nhóm tác giải mới chỉ đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực giải toán ở một số bài toán của một số dạng toán. Nhóm tác giả sẽ tiếp tục nghiên cứu, tìm hiểu đề ra các biện pháp khác để phát triển năng lực giải toán cho sinh viên ở nhiều dạng toán để hoàn thiện đề tài.

Tài liệu tham khảo

[1] Bộ giáo dục, *Đại số và giải tích* 11 , NXB GDVN, 44 – 45 2014.

[2] Bộ giáo dục, *Chương trình giáo dục phổ thông 2018*, Bộ giáo dục, 2018.

[3] Đỗ Đức Thái, *Dạy học phát triển năng lực Toán Tiểu học* , NXB ĐHSP,2019.

[4] Huỳnh Quốc Hùng, *Tuyển chọn các bài toán đố 5 nâng cao*, NXB ĐHQGHCM, 2012.

[5] G.Polya, *Giải một bài toán như thế nào*, NXB GDVN, 2012.

[6] Trần Diên Hiển, *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Toán Tiểu học*, NXB Đại học Sư phạm, 2018.

[7] Trần Diên Hiển, *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Toán 4-5, T.1*, NXB GDVN, 2013.